

Kombinierte Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung

Dr.-Ing. **Carsten Schedlinski**, Langen

In dieser Veröffentlichung wird die kombinierte Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung (model updating) vorgestellt. Dabei werden für die Anpassung des unteren Frequenzbereiches die experimentellen Modaldaten eingesetzt. Um das Systemverhalten im höheren Frequenzbereich ebenfalls zu verbessern, werden zusätzlich experimentell bestimmte Frequenzgänge genutzt. Insgesamt ist das Ziel, den Gültigkeitsbereich eines derart angepaßten Modells zu erweitern gegenüber dem eines Modells, das alleine über experimentelle Modaldaten angepaßt wurde. Neben der Vorstellung der theoretischen Grundlagen wird der Nutzen des vorgeschlagenen Vorgehens an Hand eines analytischen Beispiels demonstriert.

Stichworte: computerunterstützte Modellanpassung, model updating, Modellvalidierung, FEM, experimentelle Modalanalyse, Frequenzgänge

1 Einleitung

Für die Validierung von FE-Modellen können Versuchsdaten, wie z. B. experimentelle Frequenzgänge oder Modaldaten, genutzt werden. Falls die Versuchs-/Analyseabweichungen nicht akzeptabel sind, muß die Idealisierung des realen elastomechanischen Systems überprüft und gegebenenfalls angepaßt werden. Ist die Modellstruktur (Diskretisierungsgrad, Art der verwendeten Elemente etc.) in Ordnung, so kann eine Reduzierung der Abweichungen durch Modifikation geeigneter physikalischer Parameter (Schalendicken, E-Moduli, Dichten etc.) erreicht werden. Werden nur einzelne Parameter betrachtet, so kann die Anpassung noch mittels Ingenieurerefahrung erfolgen. Bei realen elastomechanischen Systemen stößt diese Vorgehensweise jedoch schnell auf ihre Grenzen, da für diese eine Vielzahl

von Parametern zu berücksichtigen sind. Hier müssen Verfahren zur computerunterstützten Modellanpassung (model updating) eingesetzt werden, die eine simultane Anpassung mehrerer Parameter erlauben.

Die Leistungsfähigkeit der computerunterstützten Modellanpassung mittels experimenteller Modaldaten (Eigenwerte und Eigenformen) ist vom Autor für FE-Modelle industrieller Größenordnung bereits demonstriert worden (siehe z. B. [1] und [2]). Die Identifikation experimenteller Modaldaten kann jedoch im höheren Frequenzbereich wegen der i. a. größeren modalen Dichte und des zunehmenden Dämpfungseinflusses Schwierigkeiten bereiten oder gar nicht mehr möglich sein. Aus diesem Grund können im höheren Frequenzbereich u. U. keine experimentellen Modaldaten mehr für die computerunterstützte Modellanpassung verwendet werden.

In folgenden wird die kombinierte Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung vorgestellt. Dabei werden für die Anpassung des unteren Frequenzbereiches weiterhin die experimentellen Modaldaten eingesetzt. Um das Systemverhalten im höheren Frequenzbereich ebenfalls zu verbessern, werden zusätzlich experimentell bestimmte Frequenzgänge genutzt. Insgesamt ist das Ziel, den Gültigkeitsbereich eines derart angepaßten Modells zu erweitern gegenüber dem eines Modells, das alleine über experimentelle Modaldaten angepaßt wurde. Neben der Vorstellung der theoretischen Grundlagen wird der Nutzen des vorgeschlagenen Vorgehens an Hand eines analytischen Beispiels demonstriert.

2 Theorie

2.1 Anpassung physikalischer Systemparameter

Die Basis für die Anpassung physikalischer Steifigkeits-, Massen- und Dämpfungsparameter bildet die folgende Parametrisierung der Systemmatrizen (siehe auch [3], [4], [5]):

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_A + \sum \alpha_i \mathbf{K}_i, \quad i = 1 \dots n_\alpha \quad (1a)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_A + \sum \beta_j \mathbf{M}_j, \quad j = 1 \dots n_\beta \quad (1b)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_A + \sum \gamma_k \mathbf{D}_k, \quad k = 1 \dots n_\gamma \quad (1c)$$

mit: $\mathbf{K}_A, \mathbf{M}_A, \mathbf{D}_A$ Ausgangs-Steifigkeits-, Massen-, Dämpfungsmatrix

$\mathbf{p} = [\alpha_i \beta_j \gamma_k]$ Vektor unbekannter Anpassungsfaktoren

$\mathbf{K}_i, \mathbf{M}_j, \mathbf{D}_k$ ausgewählte Substrukturmatrizen, die Ort und Art der anzupassenden Modellparameter beinhalten

Diese Parametrisierung erlaubt die *lokale* Anpassung unsicherer Modellbereiche. Unter Nutzung der Gleichungen (1) und geeigneter Residuen (die verschiedene Versuch-/Analyseabweichungen enthalten) kann die folgende Zielfunktion abgeleitet werden:

$$J(\mathbf{p}) = \Delta \mathbf{z}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{z} + \mathbf{p}^T \mathbf{W}_p \mathbf{p} \rightarrow \min \quad (2)$$

mit: $\Delta \mathbf{z}$ Residuenvektor

\mathbf{W}, \mathbf{W}_p Wichtungsmatrizen

Die Minimierung der Zielfunktion (2) liefert die gesuchten Anpassungsfaktoren \mathbf{p} . Der zweite Term auf der rechten Seite von Gleichung (2) dient dabei der Begrenzung der Variation der Anpassungsfaktoren. Die Wichtungsmatrix muß mit Bedacht gewählt werden, da für $\mathbf{W}_p \gg \mathbf{0}$ keinerlei Änderung erfolgt (siehe hierzu [4]).

Die Residuen $\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z}_T - \mathbf{z}(\mathbf{p})$ (\mathbf{z}_T : Versuchsdatenvektor, $\mathbf{z}(\mathbf{p})$: zugehöriger Analyse-
datenvektor) sind i. a. nichtlineare Funktionen der Parameter. Daher ist auch das Minimierungsproblem nichtlinear und muß iterativ gelöst werden. Eine Möglichkeit besteht in der Anwendung des klassischen Sensitivitätsansatzes (siehe [5]), bei dem der Analysedatenvektor am Punkt 0 linearisiert wird. Die Linearisierung erfolgt dabei über eine Taylorreihenentwicklung, die nach dem linearen Glied abgebrochen wird. Dies führt auf:

$$\Delta \mathbf{z} = \Delta \mathbf{z}_0 - \mathbf{G}_0 \Delta \mathbf{p} \quad (3)$$

mit: $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0$ Änderung der Anpassungsfaktoren
 $\Delta \mathbf{z}_0 = \mathbf{z}_T - \mathbf{z}(\mathbf{p}_0)$ Abweichung Versuch/Analyse am Linearisierungspunkt 0
 $\mathbf{G}_0 = \partial \mathbf{z} / \partial \mathbf{p} |_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_0}$ Sensitivitätsmatrix am Linearisierungspunkt 0
 \mathbf{p}_0 Anpassungsfaktoren am Linearisierungspunkt 0

Sofern die Anpassungsfaktoren keinerlei Begrenzungen unterliegen, erhält man aus (2) das lineare Problem (4), das in jedem Iterationsschritt für den aktuellen Linearisierungspunkt gelöst werden muß:

$$(\mathbf{G}_0^T \mathbf{W} \mathbf{G}_0 + \mathbf{W}_p) \Delta \mathbf{p} = \mathbf{G}_0^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{z}_0 \quad (4)$$

Für $\mathbf{W}_p = \mathbf{0}$ entspricht (4) der Methode der gewichteten kleinsten Fehlerquadrate. Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, daß natürlich jedes andere mathematische Minimierungsverfahren ebenso zur Lösung von (2) verwendet werden kann.

Weiterhin anzumerken ist, daß die Aufstellung der analytischen Dämpfungsmatrix, im Gegensatz zu Steifigkeits- und Massenmatrix, i. a. Schwierigkeiten bereitet. Um die Systemdämpfung ebenfalls anzupassen, können alternativ modale Dämpfungsparameter verwendet werden. Für eine weiterführende Diskussion dieses Sachverhaltes wird auf die Literatur verwiesen (z. B. [2], [4]).

2.2 Eigenwert- und Eigenformresiduum

Häufige Verwendung finden das Eigenwert- und das Eigenformresiduum. Hier werden die analytischen Eigenwerte (Quadrate der Eigenkreisfrequenzen) und Eigenformen von den zugehörigen Versuchsergebnissen abgezogen. Der Residuenvektor lautet in diesem Fall:

$$\Delta \mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix} \lambda_{Ti} - \lambda_i \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{Ti} - \mathbf{x}_i \end{bmatrix}_0, \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

mit: λ_{Ti}, λ_i Versuchs-/Analyseeigenwerte
 $\mathbf{x}_{Ti}, \mathbf{x}_i$ Vektoren der Versuchs-/Analyseeigenformen

Die Zuordnung von Analysedaten zu Versuchsdaten kann dabei über den sogenannten MAC-Wert der Eigenformen erfolgen:

$$\text{MAC} := \frac{(\mathbf{x}_T^T \mathbf{x})^2}{(\mathbf{x}_T^T \mathbf{x}_T)(\mathbf{x}^T \mathbf{x})} \quad (6)$$

der ein Maß für die lineare Abhängigkeit zweier Vektoren \mathbf{x}_T , \mathbf{x} darstellt. Ein MAC-Wert von 1 bedeutet, daß die zwei Vektoren kollinear sind; ein MAC-Wert von 0 bedeutet, daß die zwei Vektoren orthogonal sind.

Die zu (5) gehörige Sensitivitätsmatrix ist in Gleichung (7) gegeben, wobei die Berechnung der partiellen Ableitungen aus der Literatur ([3], [4], [5]) entnommen werden kann.

$$\mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix}_0, i = 1, \dots, n \quad (7)$$

Werden reelle Eigenwerte und Eigenformen verwendet, so können keine Dämpfungsparameter angepaßt werden: die zugehörigen Sensitivitäten sind identisch Null, da die reellen Eigenwerte und Eigenformen lediglich Funktionen der Steifigkeits- und Massenparameter des Systems sind.

2.3 Antwortresiduum

Das Antwortresiduum (im Frequenzbereich) erhält man, wenn man die analytischen Systemantworten von den gemessenen subtrahiert:

$$\Delta \mathbf{z}_0^u(j\omega) = \mathbf{u}_T(j\omega) - \mathbf{u}_0(j\omega) \quad (8)$$

mit: $j = \sqrt{-1}$

ω Kreisfrequenz

\mathbf{u}_T, \mathbf{u} Vektoren der gemessenen/analytischen Verschiebungsantworten im Frequenzbereich (alternative Formulierungen für Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungsantworten sind ebenso möglich)

Das Antwortresiduum kann für jede gemessene Frequenz ermittelt werden und beinhaltet für den Sonderfall der Einheitserregung das Frequenzgangsresiduum.

Die zu (8) gehörige Sensitivitätsmatrix erhält man durch Differentiation nach den Parametern:

$$\mathbf{G}_0^u(j\omega) = \frac{\partial \mathbf{u}(j\omega)}{\partial \mathbf{p}_0} \quad (9)$$

Eine Möglichkeit zur Berechnung der Sensitivitätsmatrix nach (9) besteht darin, die physikalische Bewegungsgleichung des Systems direkt zu verwenden (siehe hierzu [4]). Sind die Sensitivitäten der Eigenwerte und Eigenformen nach (7) bekannt, so kann auch die modale Bewegungsgleichung des Systems betrachtet werden. Hierdurch ist eine Rückführung der Antwortsensitivitäten auf die Sensitivitäten der Eigenwerte und Eigenformen möglich, was den Aufwand der Analyse reduziert:

$$\frac{\partial \mathbf{u}(j\omega)}{\partial \mathbf{p}_0} = \left\{ \mathbf{G}_{x_0} (\dots)^{-1} \mathbf{X}^T + \mathbf{X} (\dots)^{-1} \left[\mathbf{G}_{x_0}^T - \mathbf{G}_{\lambda_0} (\mathbf{I} + j\omega \mathbf{\Xi} \mathbf{\Omega}^{-1}) (\dots)^{-1} \mathbf{X}^T \right] \right\} \mathbf{f}(\omega) \quad (10)$$

mit: $(\dots) = (\mathbf{\Omega}^2 - \omega^2 \mathbf{I} + j\omega 2 \mathbf{\Xi} \mathbf{\Omega})$

$$\mathbf{\Omega} = \text{diag}([\omega_{01} \cdots \omega_{0n}])$$

Diagonalmatrix der Eigenkreisfrequenzen

$$\mathbf{\Xi} = \text{diag}([\xi_1 \cdots \xi_n])$$

Diagonalmatrix der modalen Dämpfungsgrade

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_n]$$

Modalmatrix

\mathbf{f}

Kraftvektor

$$\mathbf{G}_{\lambda_0} = \text{diag} \left(\left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial \lambda_1}{\partial \mathbf{p}_0} & \cdots & \frac{\partial \lambda_n}{\partial \mathbf{p}_0} \end{array} \right] \right)$$

Diagonalmatrix der Eigenwertsensitivitäten

$$\mathbf{G}_{x_0} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{p}_0} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{x}_n}{\partial \mathbf{p}_0} \end{array} \right]$$

Matrix der Eigenformsensitivitäten

Gleichung (10) gilt für auf modale Masse gleich Eins normierte Eigenvektoren und proportionale Dämpfung. Eine Erweiterung auf nicht-proportionale Dämpfung ist aber ohne weiteres möglich.

2.4 Gemittelttes Antwortresiduum

Die zentrale Problematik bei der Verwendung des Antwortresiduums stellt der Vergleich der analytischen und gemessenen Systemantworten an den einzelnen Frequenzpunkten dar. Durch die i. a. auftretenden Frequenzverschiebungen zwischen analytischen und gemessenen Resonanzspitzen können erhebliche Konvergenzprobleme bei der Parameteranpassung entstehen (siehe auch [4]). Um diese Problematik zu umgehen, kann ein über ausgewählte Frequenzbereiche gemittelttes Antwortresiduum betrachtet werden. Hierdurch verliert man zwar an Schärfe bezüglich der Anpassung individueller Frequenzen, bei kombinierter Verwendung mit Eigenwertresiduen ist dies jedoch als weniger kritisch anzusehen. Vielmehr gewinnt man an Konvergenzstabilität, und es besteht darüber hinaus die Möglichkeit im höheren Frequenzbereich, der einer experimentellen Modalanalyse nicht mehr ohne weiteres zugänglich ist, eine zusätzliche Verbesserung der Anpassung zu erreichen. Das gemittelte Antwortresiduum hat die Form:

$$\overline{\Delta \mathbf{z}_0^u} = \frac{1}{m} \left(\sum_i \mathbf{u}_T(j\omega_i) - \mathbf{u}_0(j\omega_i) \right) \quad , i=1, \dots, m \quad (11)$$

und die zugehörige Sensitivitätsmatrix folgt aus:

$$\overline{\mathbf{G}_0^u} = \frac{1}{m} \sum_i \mathbf{G}_0^u(j\omega_i) \quad , i=1, \dots, m \quad (12)$$

Alternativ zum Residuum der komplexen Systemantwort lassen sich leicht Residuen und Sensitivitäten für Real-, Imaginärteile oder Absolutwerte der Systemantwort ableiten.

2.5 Indikatorwerte

Damit die Güte der Verbesserung in den ausgewählten Frequenzbereichen abgeschätzt werden kann, bedarf es geeigneter Indikatorwerte. In dieser Veröffentlichung wird der RMS-Wert nach (13) verwendet, der ein Maß für die mittlere Amplitudenabweichung darstellt.

$$\text{RMS} := \sqrt{\frac{\sum_i (|\overline{u_T(j\omega_i)}| - |u(j\omega_i)|)^2}{\sum_i (|\overline{u_T(j\omega_i)}|)^2}} \cdot 100 [\%] \quad , i = 1, \dots, m \quad (13)$$

mit: $|\overline{u_T(j\omega_i)}|$ Amplitudenmittelwert der gemessenen Systemantwort für
Kreisfrequenz ω_i
 $|u(j\omega_i)|$ Amplitudenmittelwert der analytischen Systemantwort (an den
gemessenen Freiheitsgraden) für Kreisfrequenz ω_i

3 Beispiel

Um den Nutzen der kombinierten Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung zu demonstrieren, soll im folgenden ein analytisches Beispiel untersucht werden. Das FE-Modell des Beispielsystems „Bodenplatte“ ist in Bild 1 gezeigt und besteht aus:

- 175 Elementen
- 143 Knoten (858 Freiheitsgrade).

Die „Meßdaten“ werden an 35 gleichmäßig verteilten Freiheitsgraden des frei/freien Systems ermittelt, wobei die Erregung in Z-Richtung im äußeren Bereich der vertikalen Platte aufgebracht wird (Bild 2).

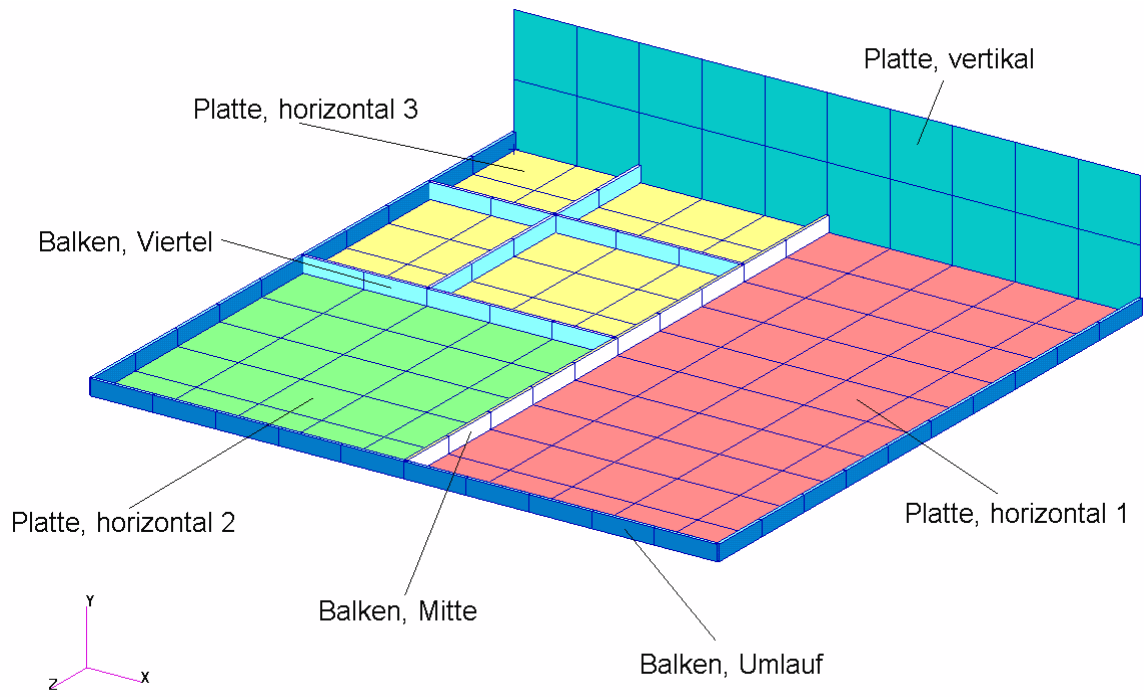


Bild 1: Beispiel: Bodenplatte

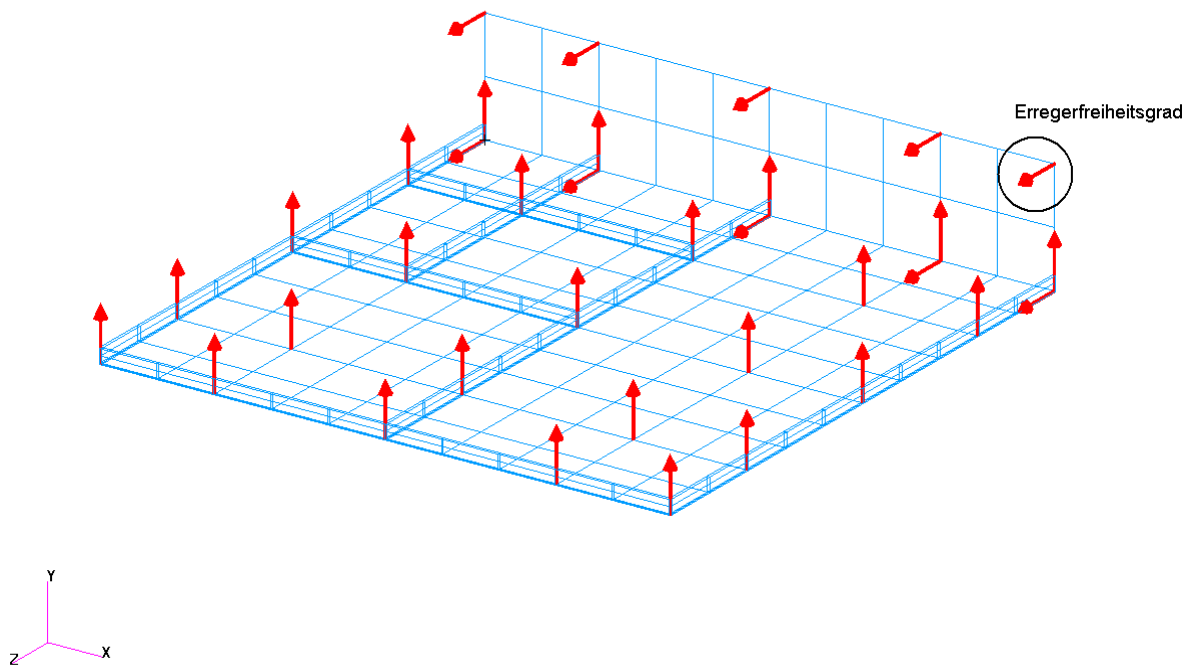


Bild 2: „Messstellen“ und Erregerfreiheitsgrad

Zur Erzeugung der simulierten Meßdaten wurden folgende Änderungen im FE-Modell vorgenommen:

- Platte, vertikal: Änderung der Dichte um -25 %
- Platte, horizontal 1: Änderung der Dicke um -20 %
- Platte, horizontal 2: Änderung der Dicke um -30 %
- Platte, horizontal 3: Änderung der Dicke um -20 %
- Balken, Mitte: Änderung des Flächenträgheitsmomentes I_1 um +50 %
- Balken, Umlauf: Änderung des Flächenträgheitsmomentes I_1 um +35 %
- Balken, Viertel: Änderung des Flächenträgheitsmomentes I_1 um +35 %

Die simulierten Beschleunigungsfrequenzgänge (modaler Dämpfungsgrad 2 %) sind in Bild 3 gezeigt.

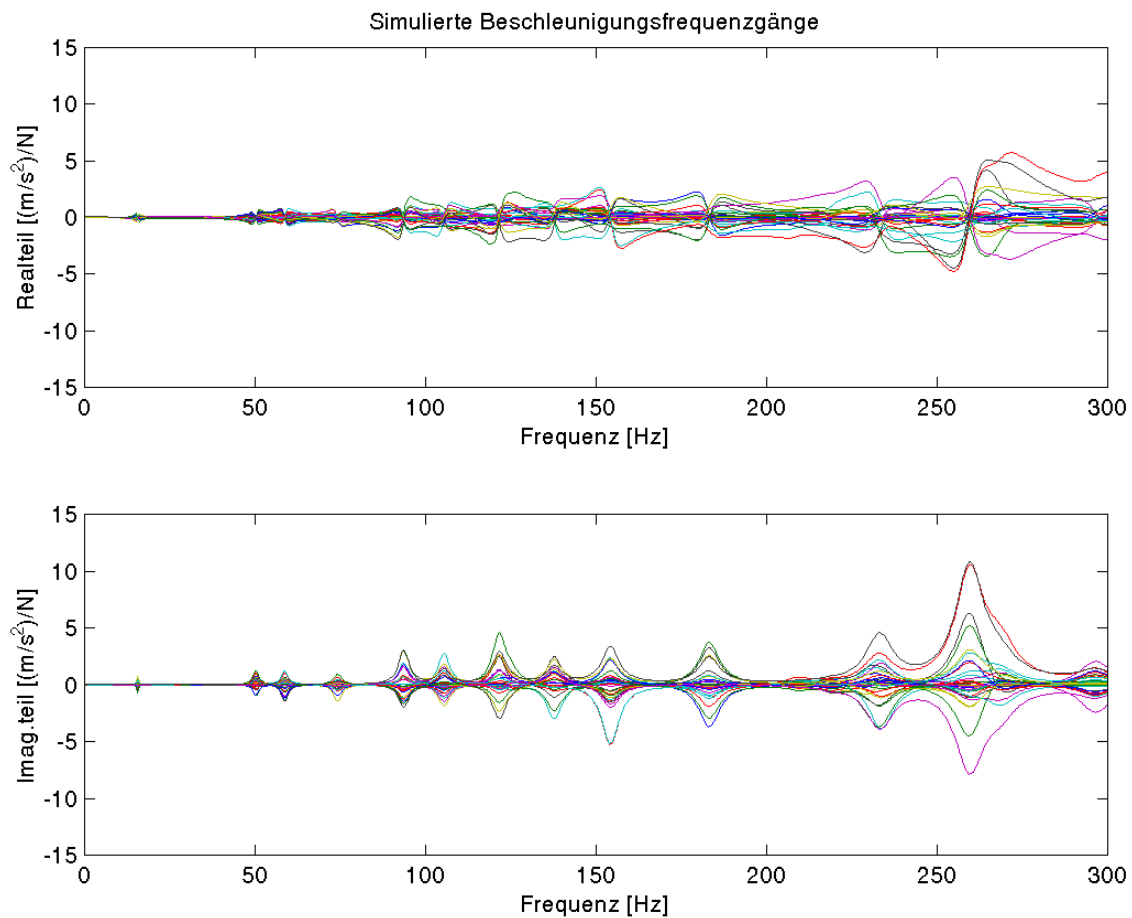


Bild 3: Simulierte Beschleunigungsfrequenzgänge

3.1 Konsistente Anpassung

Als erstes werden alle Parameter für die Anpassung freigegeben, die für die Erzeugung der simulierten Meßdaten verändert wurden (konsistente Anpassung):

P1) Platte, vertikal

P2) Platte, horizontal 1

P3) Platte, horizontal 2

P4) Platte, horizontal 3

P5) Balken, Mitte

P6) Balken, Umlauf + Balken, Viertel

3.1.1 Anpassung über Eigenwert- und Eigenformresiduum

In Bild 4 ist das Ergebnis der Anpassung über Eigenwert- und Eigenformresiduum gezeigt. Verwendet wurden alle Eigenwerte und Eigenformen bis 200 Hz. Die Anpassung konvergiert nach acht Iterationsschritten, wobei die simulierten Parameteränderungen exakt gefunden werden.

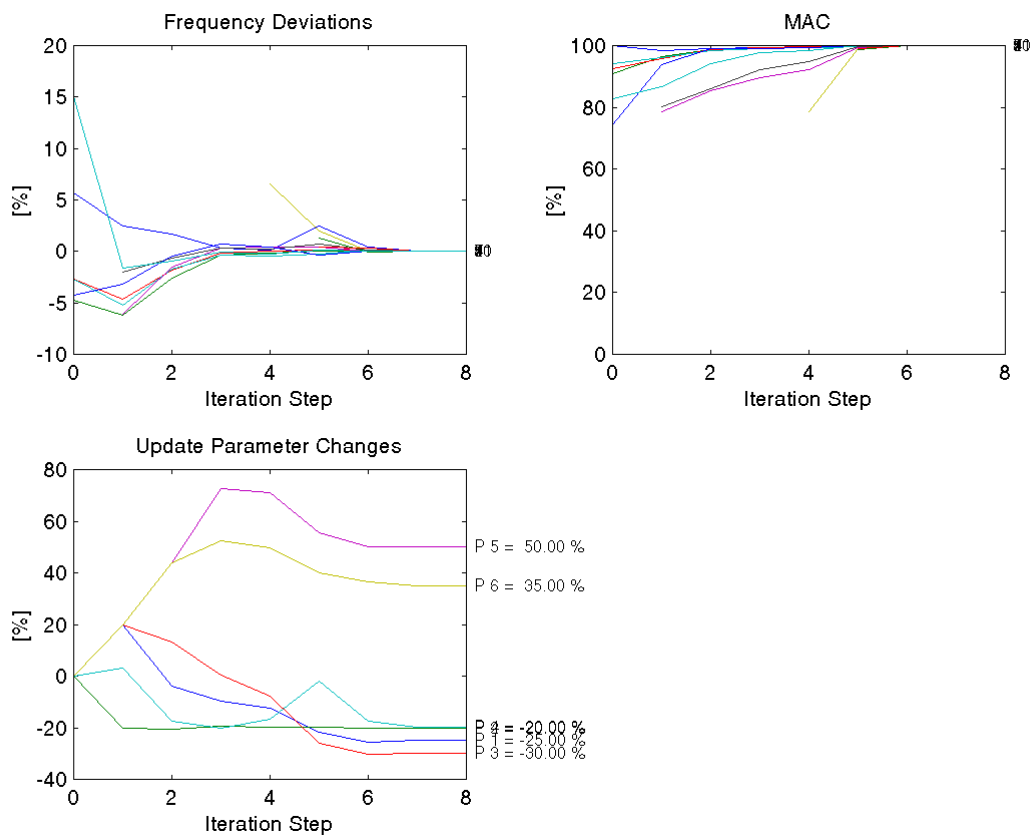


Bild 4: Anpassungsergebnis, konsistent, Eigenwert-/Eigenformresiduum

3.1.2 Anpassung über Eigenwert-, Eigenform- und Antwortresiduum

In Bild 5 ist das Ergebnis der Anpassung über Eigenwert-, Eigenform- und Antwortresiduum gezeigt. Verwendet wurden alle Eigenwerte und Eigenformen bis 200 Hz sowie ein gemitteltetes Imaginärteilresiduum im Frequenzbereich von 200 bis 300 Hz. Die Anpassung konvergiert bereits nach sechs Iterationsschritten, wobei auch hier die simulierten Parameteränderungen exakt gefunden werden. Die Hinzunahme des Antwortresiduums hat also zu einer Beschleunigung der Konvergenz geführt.

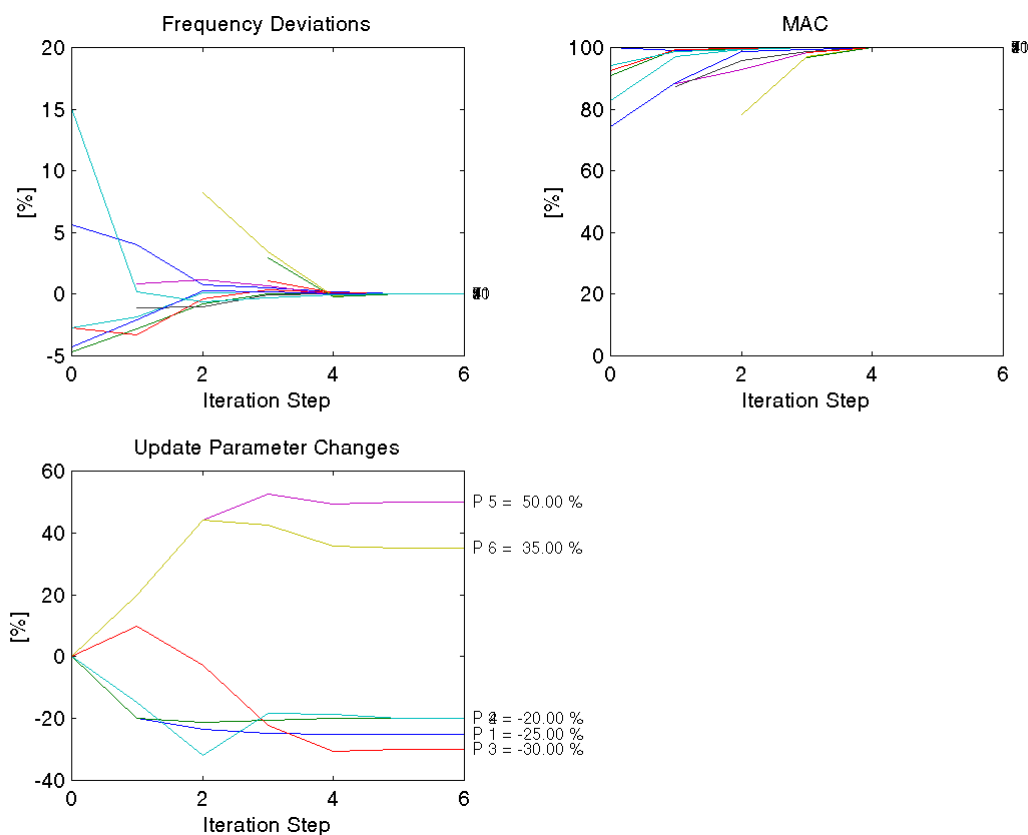


Bild 5: Anpassungsergebnis, konsistent, Eigenwert-/Eigenform-/Antwortresiduum

3.2 Inkonsistente Anpassung

Als nächstes wird eine inkonsistente Anpassung durchgeführt. Hier erfolgt die Anpassung lediglich unter Berücksichtigung der Plattenparameter:

P1) Platte, vertikal

P3) Platte, horizontal 2

P2) Platte, horizontal 1

P4) Platte, horizontal 3

Die Ausgangsamplitudenmittelwerte im Frequenzbereich von 200 bis 300 Hz sind für Messung und Analyse in Bild 6 gezeigt. Vor der Anpassung beträgt der RMS-Wert 63,79 %.

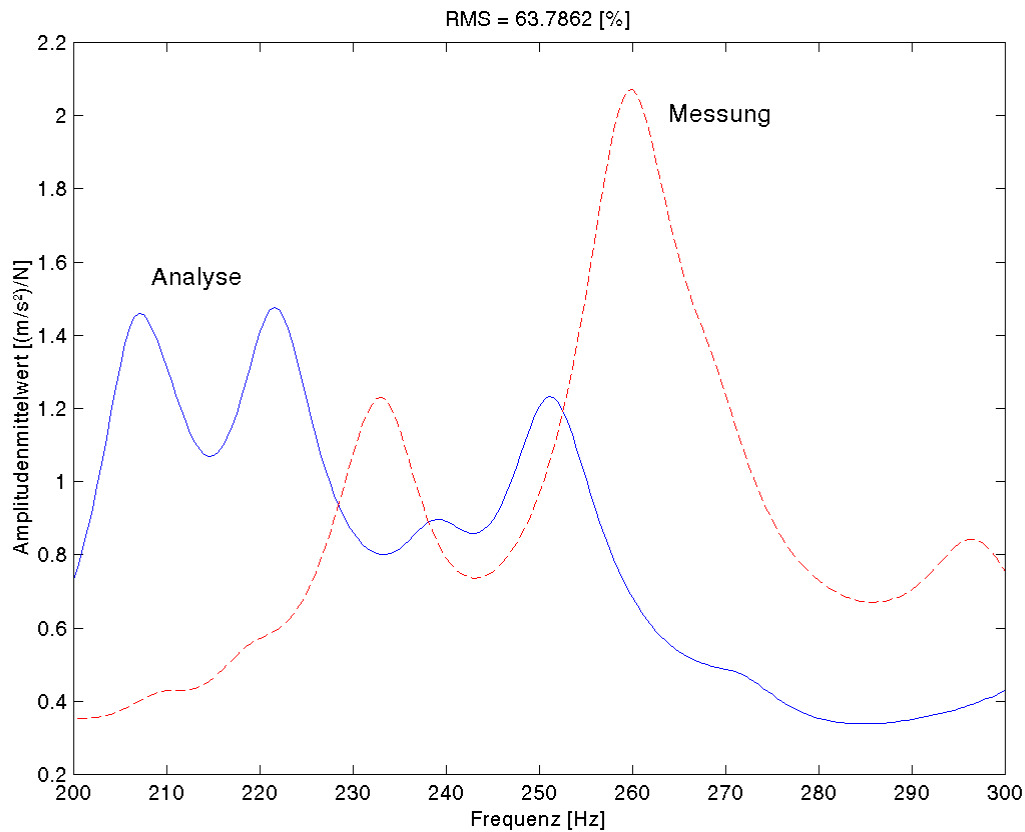


Bild 6: Amplitudenmittelwerte vor der Anpassung

3.2.1 Anpassung über Eigenwert- und Eigenformresiduum

In Bild 7 ist das Ergebnis der Anpassung über Eigenwert- und Eigenformresiduum gezeigt. Verwendet wurden auch hier alle Eigenwerte und Eigenformen bis 200 Hz, wobei die Anpassung nicht vollständig konvergiert (Parameter P4).

Die Endamplitudenmittelwerte im Frequenzbereich von 200 bis 300 Hz sind für Messung und Analyse in Bild 8 gezeigt. Nach der Anpassung beträgt der RMS-Wert noch 46,07 %. Im oberen (nicht berücksichtigten) Frequenzbereich ist also keine wesentliche Verbesserung zu erkennen.

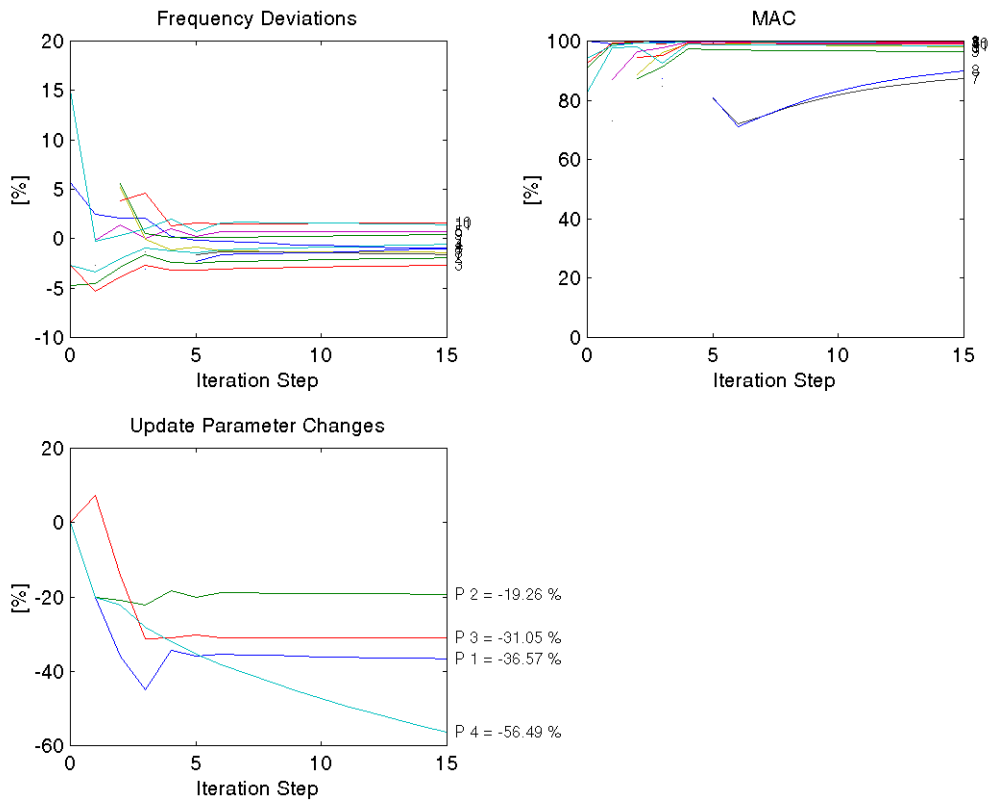


Bild 7: Anpassungsergebnis, inkonsistent, Eigenwert-/Eigenformresiduum

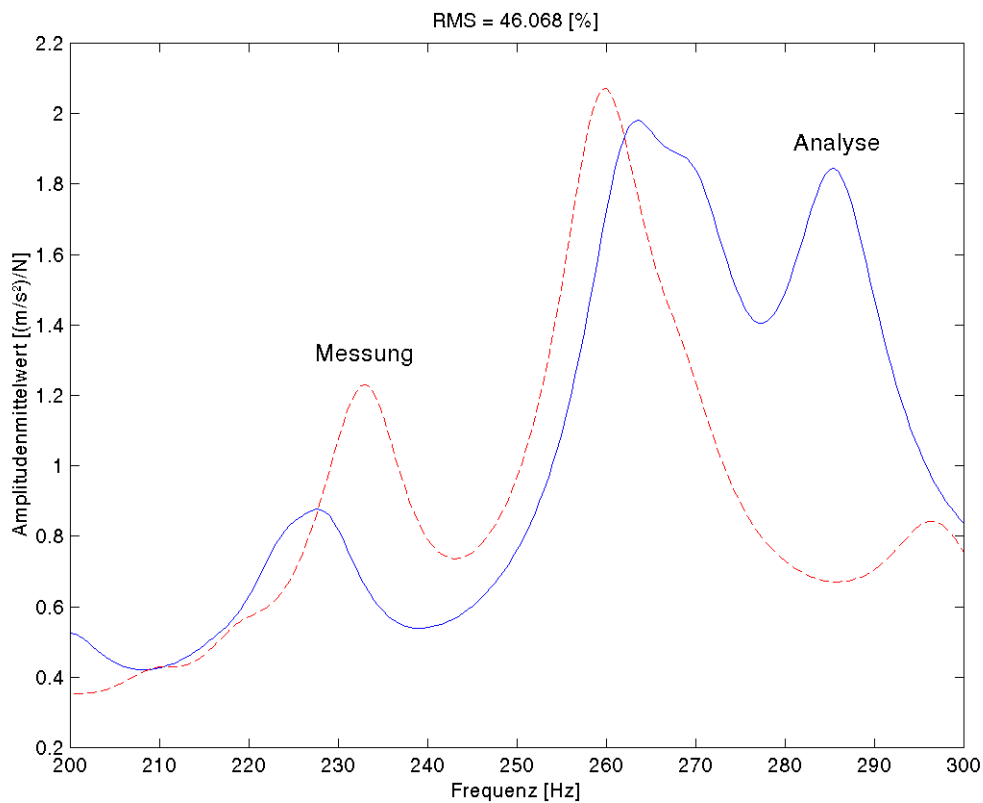


Bild 8: Amplitudenmittelwerte nach der Anpassung, Eigenwert-/Eigenformresiduum

Tabelle 1 zeigt die Zuordnung der gemessenen (EMA) und analytischen Eigenformen (FEA) nach der Anpassung. Im nicht berücksichtigten Bereich von 200 bis 300 Hz können sechs Eigenformen zugeordnet werden, wobei drei der MAC-Werte kleiner als 80 % sind.

Tabelle 1: Zuordnung nach der Anpassung, Eigenwert-/Eigenformresiduum

Nr.	EMA	FEA	EMA [Hz]	FEA [Hz]	Abw. [%]	MAC [%]
1	1	7	15,42	15,27	-0,98	99,53
2	2	8	50,18	49,21	-1,94	99,84
3	3	9	58,68	57,11	-2,67	99,61
4	4	10	74,12	73,68	-0,60	99,34
5	5	11	93,52	94,18	0,71	99,21
6	6	12	105,32	103,86	-1,38	98,09
7	7	13	121,57	119,65	-1,58	87,39
8	8	14	125,23	123,98	-0,99	89,78
9	9	15	137,66	138,25	0,43	96,43
10	10	16	154,12	156,58	1,60	98,89
11	11	17	183,08	185,67	1,41	98,28

12	12	18	209,31	199,30	-4,78	85,26
13	13	19	218,96	215,62	-1,52	75,41
14	14	20	230,55	223,60	-3,01	88,18
15	15	21	233,17	228,43	-2,03	70,30
16	16	22	259,51	262,25	1,06	81,96
17	17	23	268,59	269,94	0,50	77,26

3.2.2 Anpassung über Eigenwert-, Eigenform- und Antwortresiduum

In Bild 9 ist das Ergebnis der Anpassung über Eigenwert-, Eigenform- und Antwortresiduum gezeigt. Verwendet wurden auch hier wieder alle Eigenwerte und Eigenformen bis 200 Hz sowie ein gemittelttes Imaginärteilresiduum im

Frequenzbereich von 200 bis 300 Hz. Die Anpassung konvergiert bezüglich der Frequenzabweichungen und MAC-Werte praktisch nach fünf Iterationsschritten, wobei die simulierten Parameteränderungen relativ gut getroffen werden. Die Hinzunahme des Antwortresiduums hat also auch hier zu einer Beschleunigung (und Stabilisierung) der Konvergenz geführt.

Nach der Anpassung beträgt der RMS-Wert nur noch 17,50 % und die Charakteristika der gemessenen und analytischen Amplitudenmittelwerte stimmen sehr gut überein (Bild 10). Aus Tabelle 2 ist zu entnehmen, daß jetzt sieben Eigenformen im berücksichtigten Bereich von 200 bis 300 Hz zugeordnet werden können, wobei sehr hohe MAC-Werte und Frequenzabweichungen kleiner 3 % erreicht werden.

Insgesamt ist also eine erhebliche Verbesserung im Frequenzbereich von 200 bis 300 Hz festzustellen. Zu bemerken ist jedoch auch, daß die analytischen Eigenformen 13 und 14 im Frequenzbereich bis 200 Hz nicht mehr zugeordnet werden können (vergleiche auch Tabelle 1).

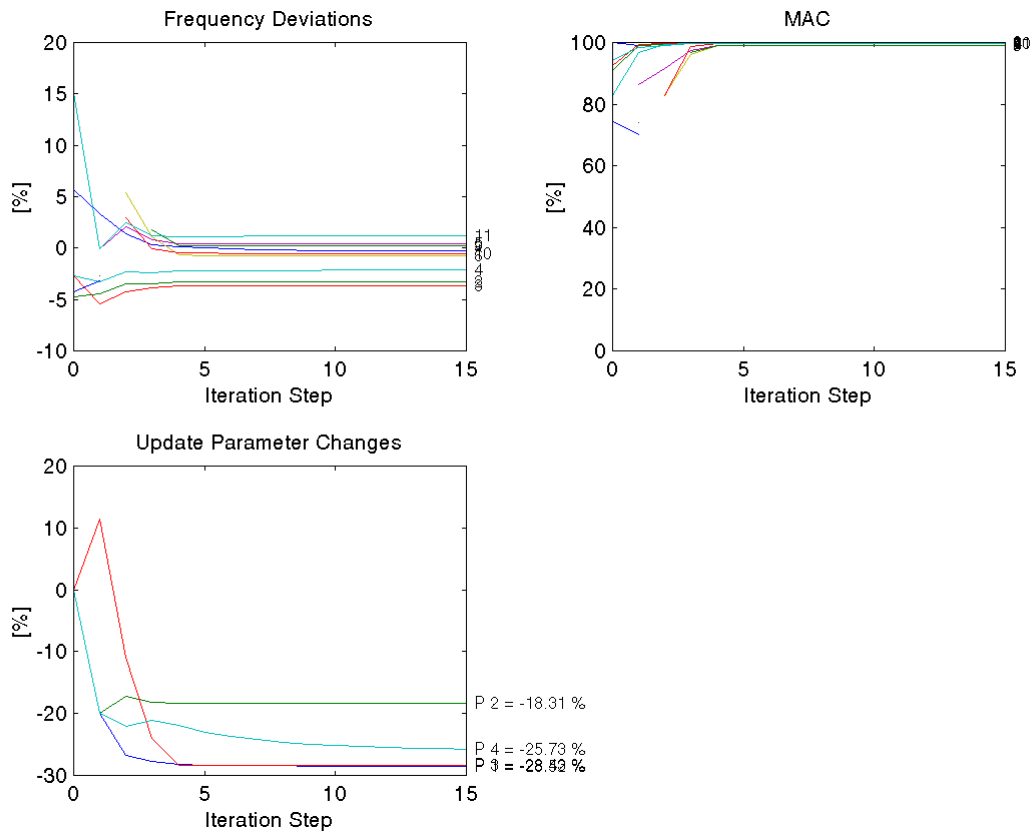


Bild 9: Anpassungsergebnis, inkonsistent, Eigenwert-/Eigenform-/Antwortresiduum

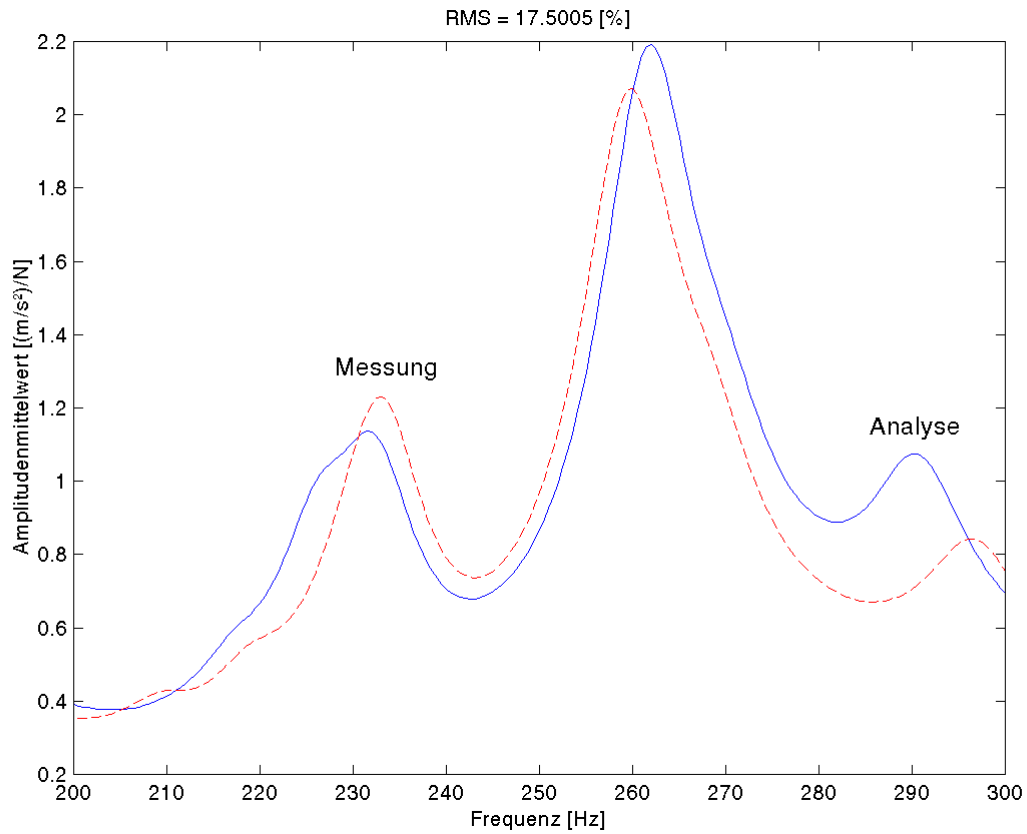


Bild 10: Amplitudenmittelwerte nach der Anpassung, Eigenwert-/Eigenform-/Antwortresiduum

Tabelle 2: Zuordnung nach der Anpassung, Eigenwert-/Eigenform-/Antwortresiduum

Nr.	EMA	FEA	EMA [Hz]	FEA [Hz]	Abw. [%]	MAC [%]
1	1	7	15,42	15,38	-0,30	99,96
2	2	8	50,18	48,56	-3,24	99,77
3	3	9	58,68	56,53	-3,65	99,87
4	4	10	74,12	72,53	-2,14	99,73
5	5	11	93,52	93,95	0,46	99,18
6	6	12	105,32	104,50	-0,77	98,87
7	9	15	137,66	138,01	0,26	99,00
8	10	16	154,12	153,29	-0,53	99,75
9	11	17	183,08	185,23	1,17	99,65
10	12	18	209,31	203,48	-2,78	97,44
11	13	19	218,96	217,43	-0,70	94,95

Tabelle 2 (Fortsetzung): Zuordnung nach der Anpassung, Eigenwert-/Eigenform-/Antwortresiduum

Nr.	EMA	FEA	EMA [Hz]	FEA [Hz]	Abw. [%]	MAC [%]
12	14	20	230,55	226,09	-1,93	91,85
13	15	21	233,17	232,37	-0,35	88,50
14	16	22	259,51	261,60	0,81	99,38
15	17	23	268,59	270,16	0,59	97,79
16	18	24	296,36	290,28	-2,05	96,41

4 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Veröffentlichung ist die kombinierte Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung vorgestellt worden. Dabei wurden für die Anpassung des unteren Frequenzbereiches

experimentelle Modaldaten, für die Anpassung des oberen Frequenzbereiches experimentell bestimmte Frequenzgänge genutzt.

Es konnte gezeigt werden, daß durch Hinzunahme der Frequenzgangsinformation eine schnellere Konvergenz erzielt werden kann. Darüber hinaus ist (bei inkonsistenter Anpassung) eine Verbesserung der Vorhersagen des FE-Modells im höheren Frequenzbereich (in dem u. U. keine Modaldaten mehr identifiziert werden können) möglich.

Für ein analytisches Beispiel war speziell zu beobachten, daß die Modellgüte im höheren Frequenzbereich trotz inkonsistenter Anpassung deutlich verbessert werden konnte. Im unteren Frequenzbereich wurden jedoch zwei Eigenformen weniger zugeordnet als bei Anpassung über Modaldaten alleine. Es ist also bei jeder Anwendung zu entscheiden, welche Gütekriterien vorrangig zu erfüllen sind.

Weiterführende Arbeiten zur kombinierten Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung können sich zum Beispiel auf Anwendungen mit realen Meßdaten konzentrieren. Darüber hinaus kann auch untersucht werden, ob auf die Modaldaten bei der Anpassung komplett verzichtet werden könnte. So ist es etwa denkbar, die Eigenwertinformation zu ersetzen, indem die Resonanzspitzen der analytischen Frequenzgänge denen der gemessenen Frequenzgänge zugeordnet werden (zur Zuordnung von Frequenzgängen siehe auch [6]).

5 Literatur

- [1] Schedlinski, Carsten: Anwendung eines Verfahrens zur computerunterstützten Modellanpassung auf das Finite Elemente Modell einer Flugzeugtriebwerkskomponente. Konferenzband: XXV. FEM-Kongreß. Baden-Baden: 1998.
- [2] Schedlinski, Carsten und Seeber, Ingo: Computerunterstützte Modellanpassung von Finite Elemente Modellen industrieller Größenordnung. Konferenzband: MSC Anwenderkonferenz. Weimar: 21.-22. Juni 1999.

- [3] Link, Michael et al.: Baudynamik und Systemidentifikation. In: Der Ingenieurbau, Grundwissen, [5] Baustatik, Baudynamik. Hrsg. G. Mehlhorn. Berlin: Ernst & Sohn 1995.
- [4] Link, Michael: Updating of Analytical Models – Review of Numerical Procedures and Application Aspects. Structural Dynamics Forum SD 2000. Los Alamos, New Mexico, USA: April 1999.
- [5] Natke, Hans Günther: Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse. 3., überarbeitete Auflage. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg Verlag 1992
- [6] Pascual, R. et al.: A Frequency Domain Correlation Technique for Model Correlation and Updating. Konferenzband: XV. IMAC. Orlando, Florida, USA: 1997.