

***Parameteridentifikation  
elastomechanischer Systeme aus  
Versuchen mit Fußpunkterregung***

Disputationsvortrag, Kassel, den 4. Juli 1997

Dipl.-Ing. Carsten Schedlinski

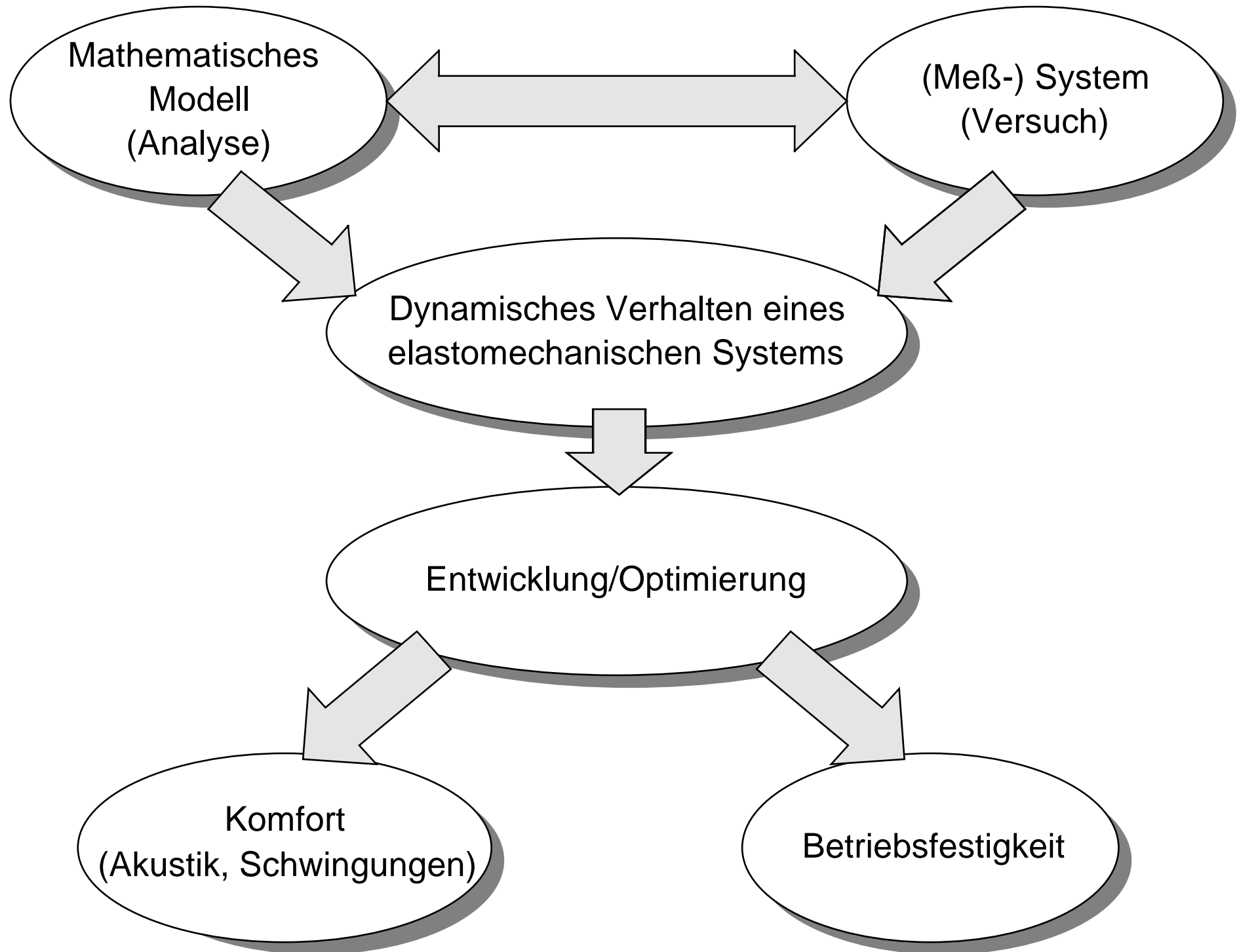
# ***Überblick***

↪ Einleitung & Motivation

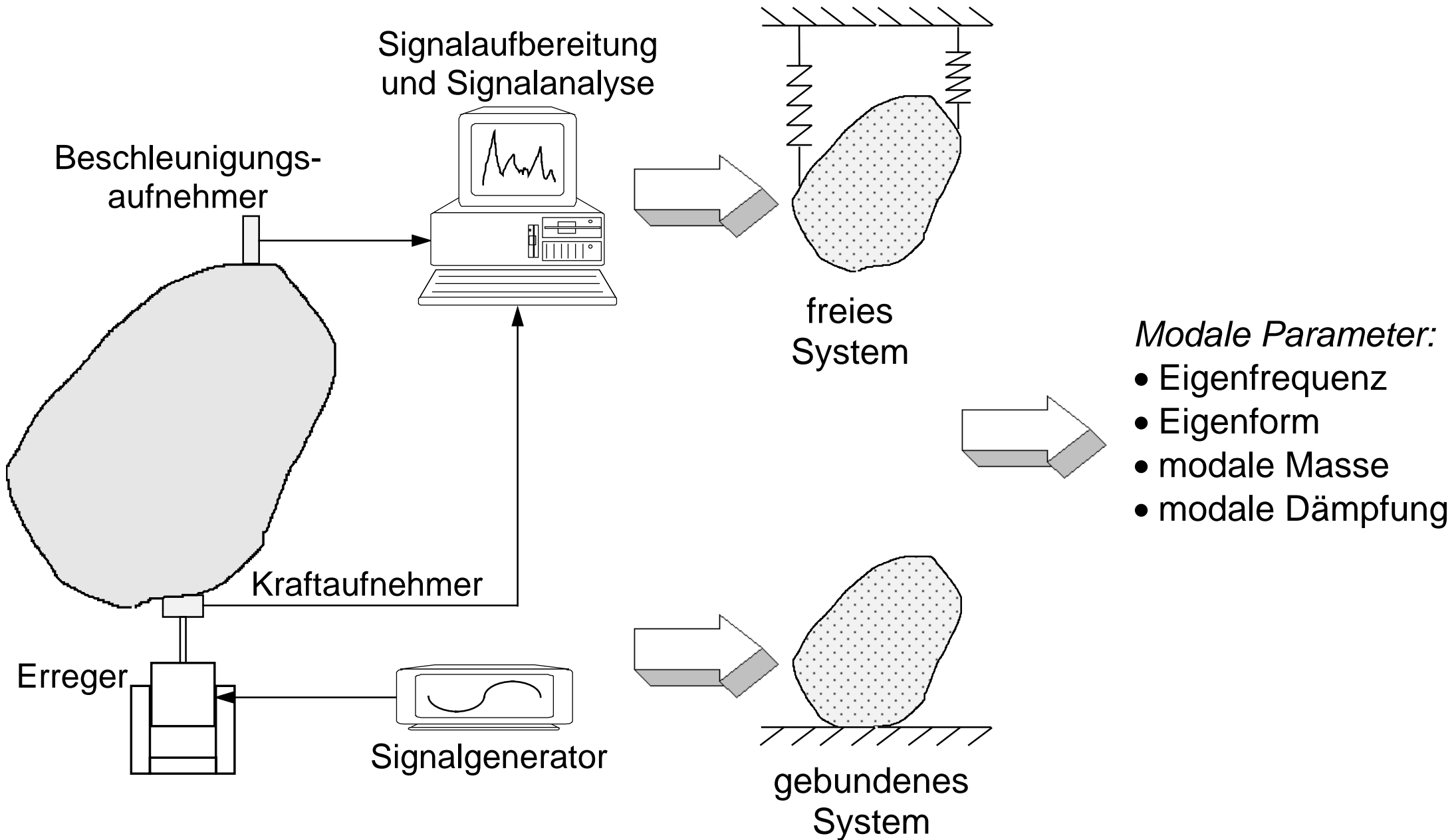
↪ Identifikation: ① Frequenzgänge  
② Trägheitsparameter  
③ Modale Parameter

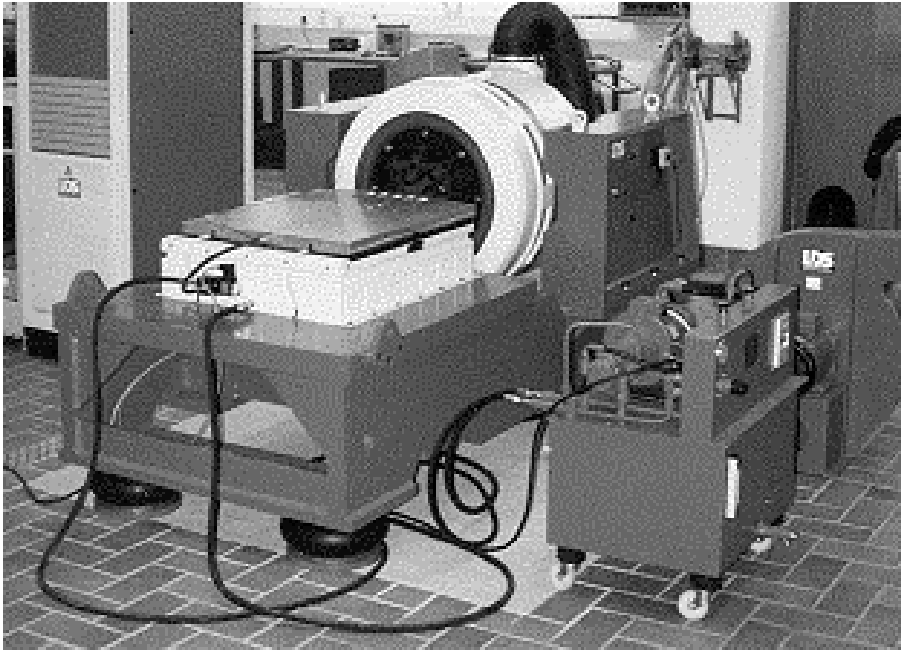
↪ Anwendung

↪ Zusammenfassung & Ausblick

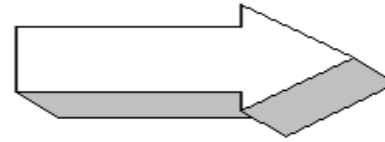


# Klassischer Modalversuch



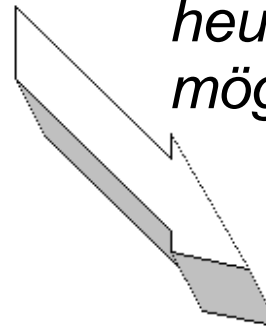


*Industrie*



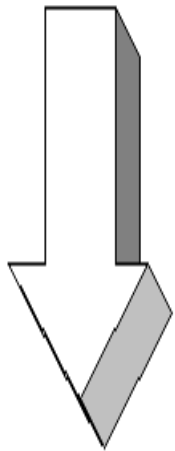
Qualifikation des  
Systems

*heute  
möglich*



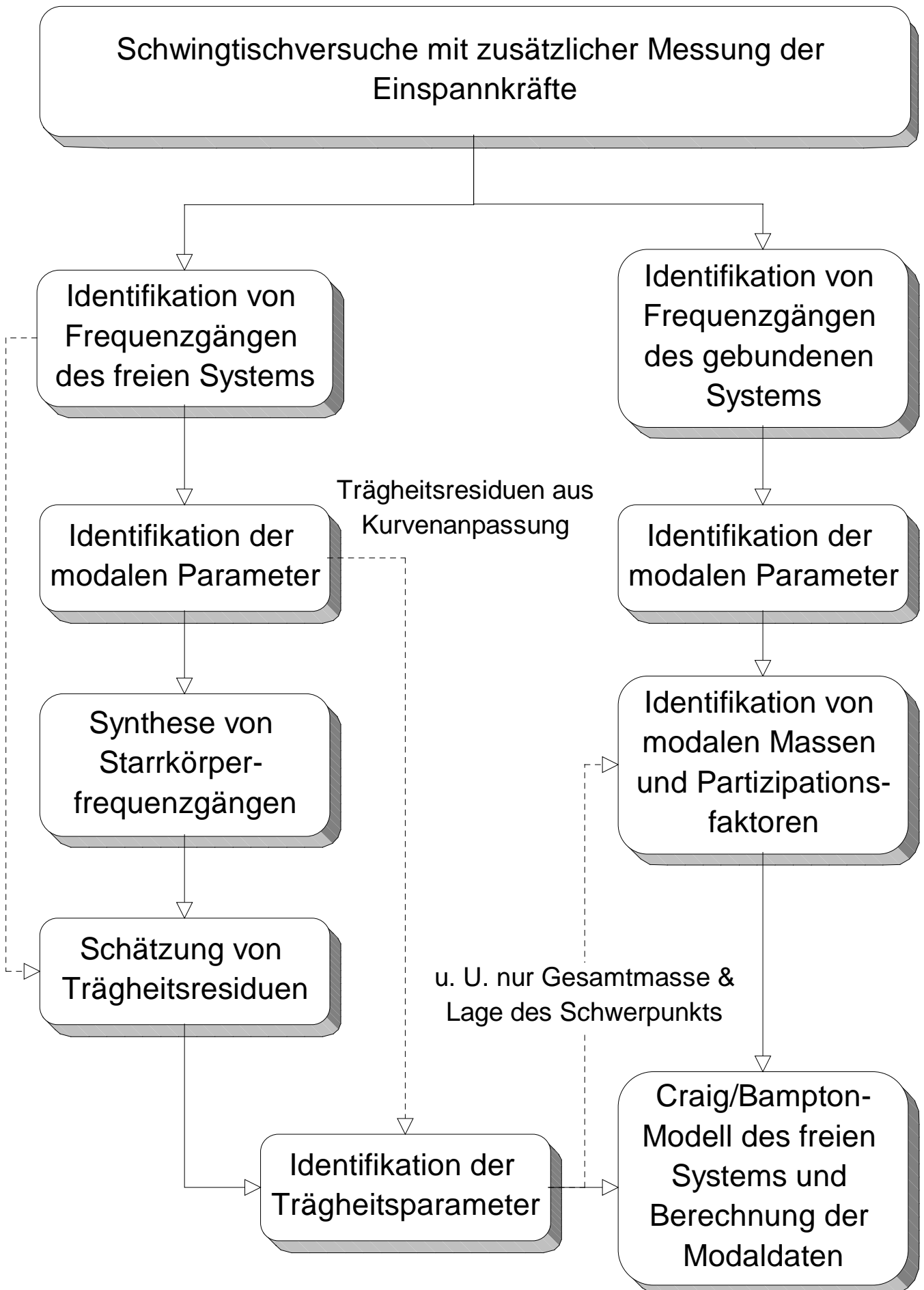
Identifikation der modalen Parameter  
des gebundenen (aufgespannten)  
Systems, ohne modale Massen

*Messung der  
Einspannkräfte*

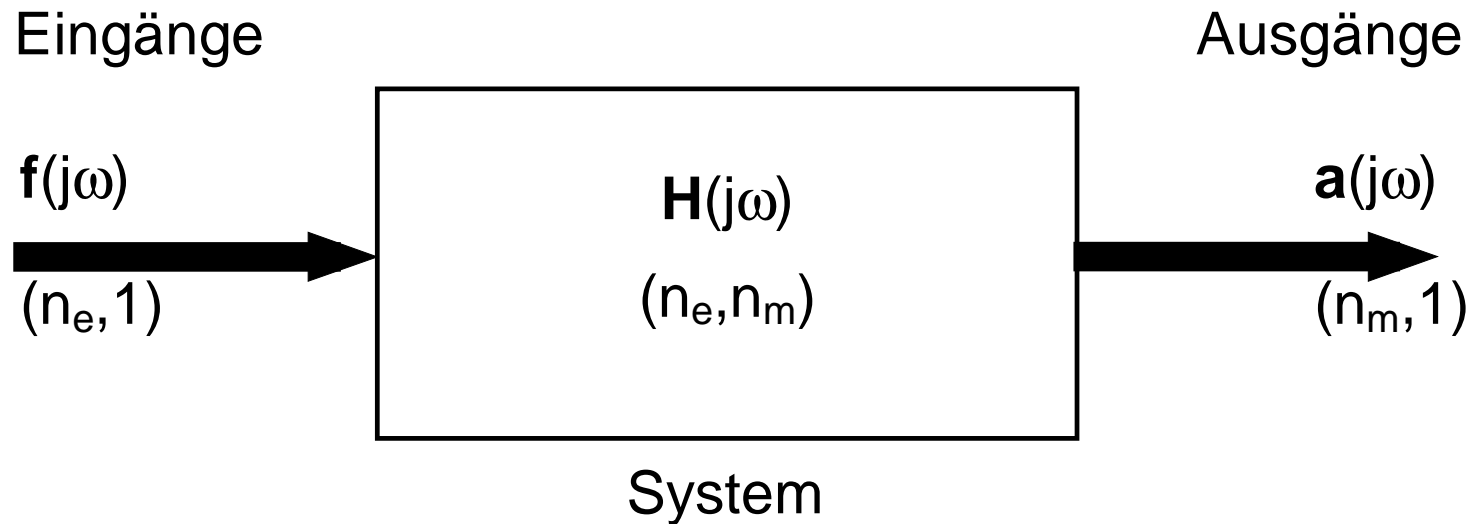


Identifikation ① modale Massen, gebundenes System  
② modale Parameter, freies System  
③ Trägheitsparameter

# Möglichkeiten der Versuchsauswertung



# *Frequenzgangsidentifikation I*



Matrix der Frequenzgänge

$$\mathbf{G}_{af}(j\omega) = \mathbf{H}(j\omega) \mathbf{G}_{ff}(j\omega)$$

Matrix der Kreuzleistungsspektren der Ein- (f) und Ausgangssignale (a)

Matrix der Autoleistungsspektren der Eingangssignale (f)

## ***Frequenzgangsidentifikation II***

Bei  $n_e$  Eingangssignalen kann  $\mathbf{G}_{ff}$  invertiert werden, falls Daten aus  $n_v \geq n_e$  unabhängigen Versuchen existieren:

$$\overline{\mathbf{G}_{af}(j\omega)} = \frac{1}{n_v} \sum_{k=1}^{n_v} \mathbf{G}_{af}(j\omega)_k, \quad \overline{\mathbf{G}_{ff}(j\omega)} = \frac{1}{n_v} \sum_{k=1}^{n_v} \mathbf{G}_{ff}(j\omega)_k$$

gemittelte Spektralmatrizen

***Bedingung für Eingangssignale:***




↳ *stochastisch und unkorreliert*

oder

↳ *determiniert mit  $n_e$  linear unabhängigen Signalvektoren*

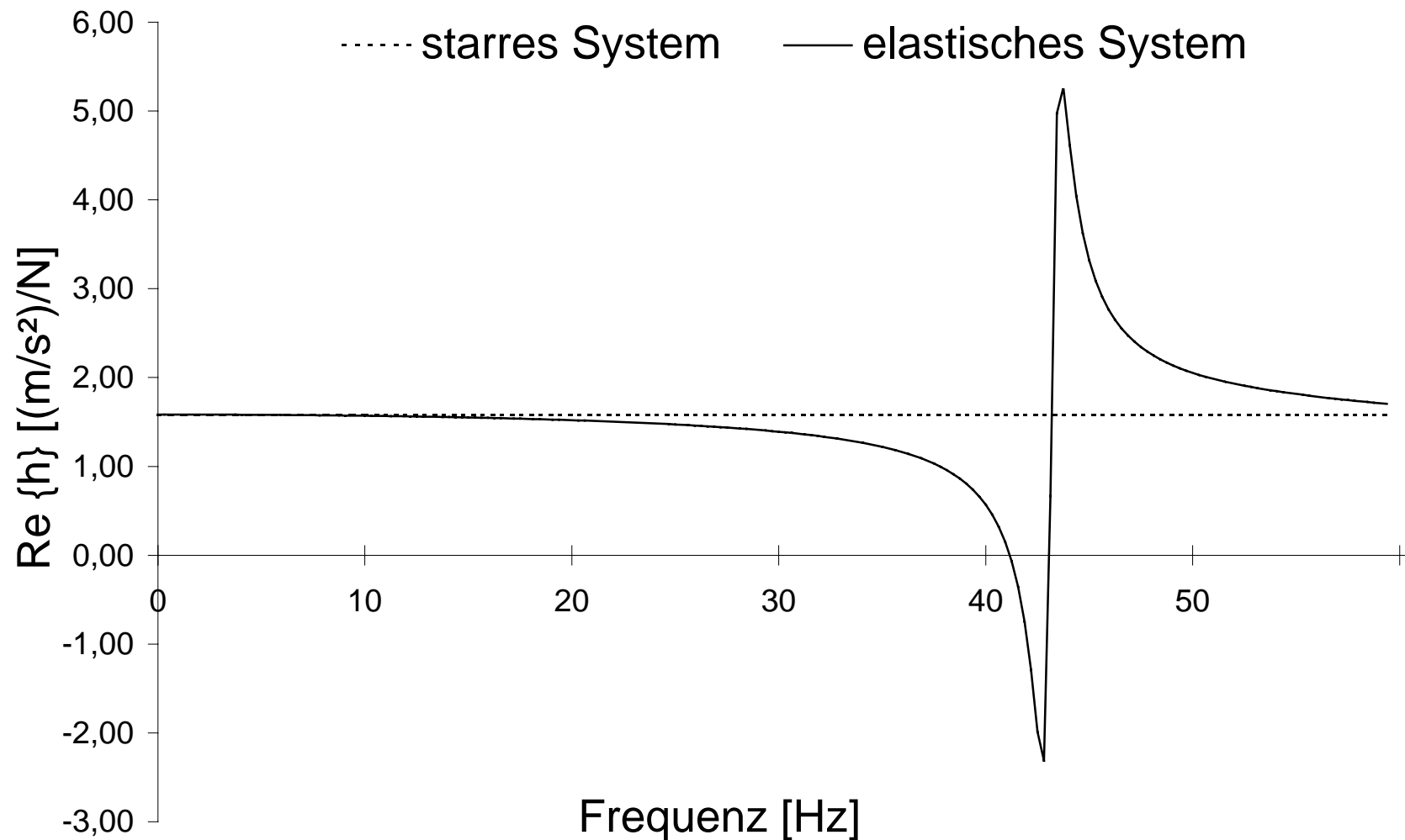


## ***Frequenzgangsidentifikation III***

System	frei	gebunden
Ausgangssignale (a)	Beschleunigungs- antworten	Beschleunigungs- antworten
Eingangssignale (f)	Einspannkkräfte	Fußpunkt- beschleunigungen
Informationsgehalt der Frequenzgänge	 Trägheitsparameter  modale Parameter	 modale Parameter (ohne modale Massen)

# Trägheitsparameteridentifikation I

- ① *Bestimmung der Trägheitsresiduen (Starrkörperantwort):*
- (a) Betrachtung der Realteile der Beschleunigungsfrequenzgänge des freien Systems:



## ***Trägheitsparameteridentifikation II***

(b) Bi-quadratischer Ansatz für Freiheitsgrad k:

$$H_k^{\text{re}}(\omega) = C_0 + C_2\omega^2 + C_4\omega^4$$

(c) Nutzung von  $i = 1, \dots, n \geq 3$  Frequenzpunkten  $\omega_i$ :

$$\begin{bmatrix} H_k^{\text{re}}(j\omega_1) \\ H_k^{\text{re}}(j\omega_2) \\ \vdots \\ H_k^{\text{re}}(j\omega_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_1^2 & \omega_1^4 \\ 1 & \omega_2^2 & \omega_2^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \omega_n^2 & \omega_n^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{0k} \\ C_{2k} \\ C_{4k} \end{bmatrix}$$

(d) LS-Lösung  $\Rightarrow [C_{0k} \ C_{2k} \ C_{4k}]^T$ .

$C_{0k} \Rightarrow$  *Schätzwert* für Trägheitsresiduum am Freiheitsgrad k

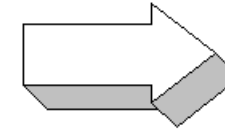
(e) Zusammenfassung aller Trägheitsresiduen in:  $\mathbf{a}^{\text{M,T}} = [C_{01}, \dots, C_{0nm}]$ .

# Trägheitsparameteridentifikation III

## ② Trägheitsparameteridentifikation:

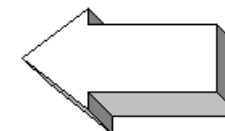
$$\underbrace{\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m\zeta^S & -m\eta^S \\ 0 & m & 0 & -m\zeta^S & 0 & m\xi^S \\ 0 & 0 & m & m\eta^S & -m\xi^S & 0 \\ 0 & -m\zeta^S & m\eta^S & \Theta_{\xi\xi}^A & -\Theta_{\xi\eta}^A & -\Theta_{\xi\zeta}^A \\ m\zeta^S & 0 & -m\xi^S & -\Theta_{\xi\eta}^A & \Theta_{\eta\eta}^A & -\Theta_{\eta\zeta}^A \\ -m\eta^S & m\xi^S & 0 & -\Theta_{\xi\zeta}^A & -\Theta_{\eta\zeta}^A & \Theta_{\zeta\zeta}^A \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_R^A} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{u}^A \\ \ddot{v}^A \\ \ddot{w}^A \\ \ddot{\alpha}^A \\ \ddot{\beta}^A \\ \ddot{\gamma}^A \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}^A} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_{\xi}^A \\ f_{\eta}^A \\ f_{\zeta}^A \\ t_{\xi}^A \\ t_{\eta}^A \\ t_{\zeta}^A \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}^A}$$

Schätzvektor definieren



$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{u}^A & 0 & -\ddot{\gamma}^A & \ddot{\beta}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{v}^A & \ddot{\gamma}^A & 0 & -\ddot{\alpha}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{w}^A & -\ddot{\beta}^A & \ddot{\alpha}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddot{w}^A & -\ddot{v}^A & \ddot{\alpha}^A & 0 & 0 & -\ddot{\beta}^A & -\ddot{\gamma}^A & 0 \\ 0 & -\ddot{w}^A & 0 & \ddot{u}^A & 0 & \ddot{\beta}^A & 0 & -\ddot{\alpha}^A & 0 & -\ddot{\gamma}^A \\ 0 & \ddot{v}^A & -\ddot{u}^A & 0 & 0 & 0 & \ddot{\gamma}^A & 0 & -\ddot{\alpha}^A & -\ddot{\beta}^A \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \sigma = \mathbf{f}^A$$

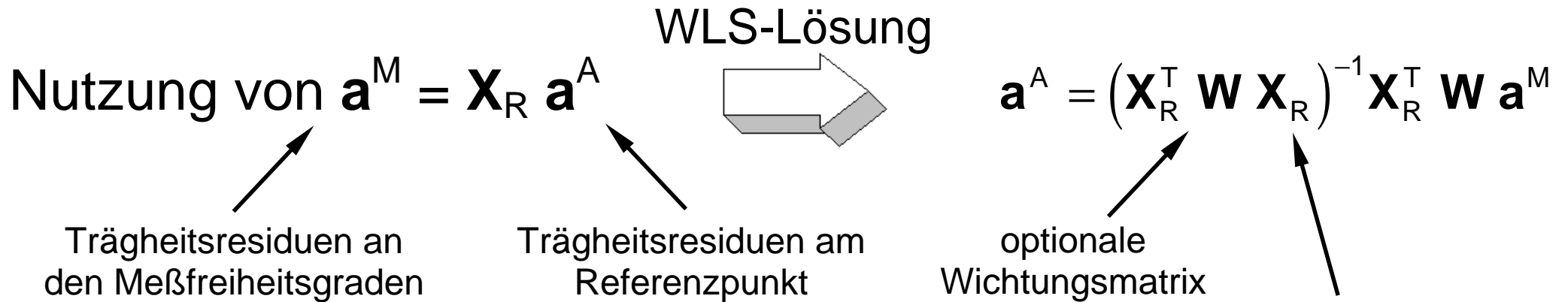
Umsortieren



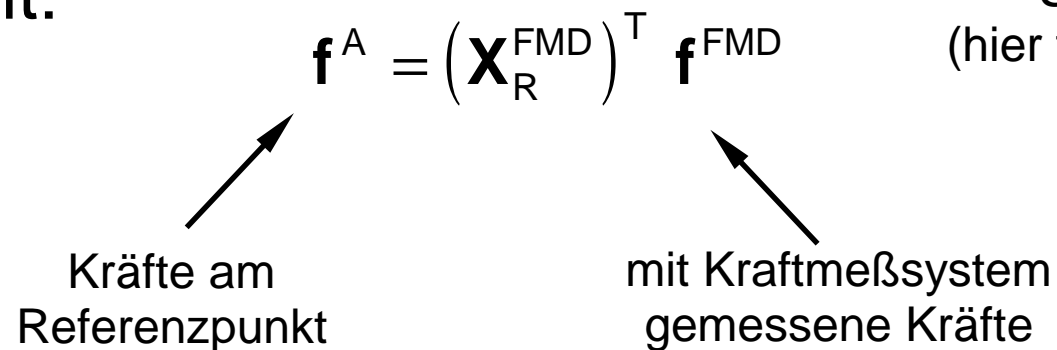
$$\sigma = \begin{bmatrix} m \\ m\xi^S \\ m\eta^S \\ m\zeta^S \\ \Theta_{\xi\xi}^A \\ \Theta_{\eta\eta}^A \\ \Theta_{\zeta\zeta}^A \\ \Theta_{\xi\eta}^A \\ \Theta_{\xi\zeta}^A \\ \Theta_{\eta\zeta}^A \end{bmatrix}$$

## Trägheitsparameteridentifikation IV

*Problem:* Trägheitsresiduen/Kräfte am Referenzpunkt A sind i. a. nicht *direkt* meßbar.



Die Kräfte transformieren sich kontragredient:



$$\mathbf{X}_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \zeta^P & -\eta^P \\ 0 & 1 & 0 & -\zeta^P & 0 & \xi^P \\ 0 & 0 & 1 & \eta^P & -\xi^P & 0 \end{bmatrix}$$

Starrkörpereigenvektoren  
(hier für einen beliebigen Punkt P)

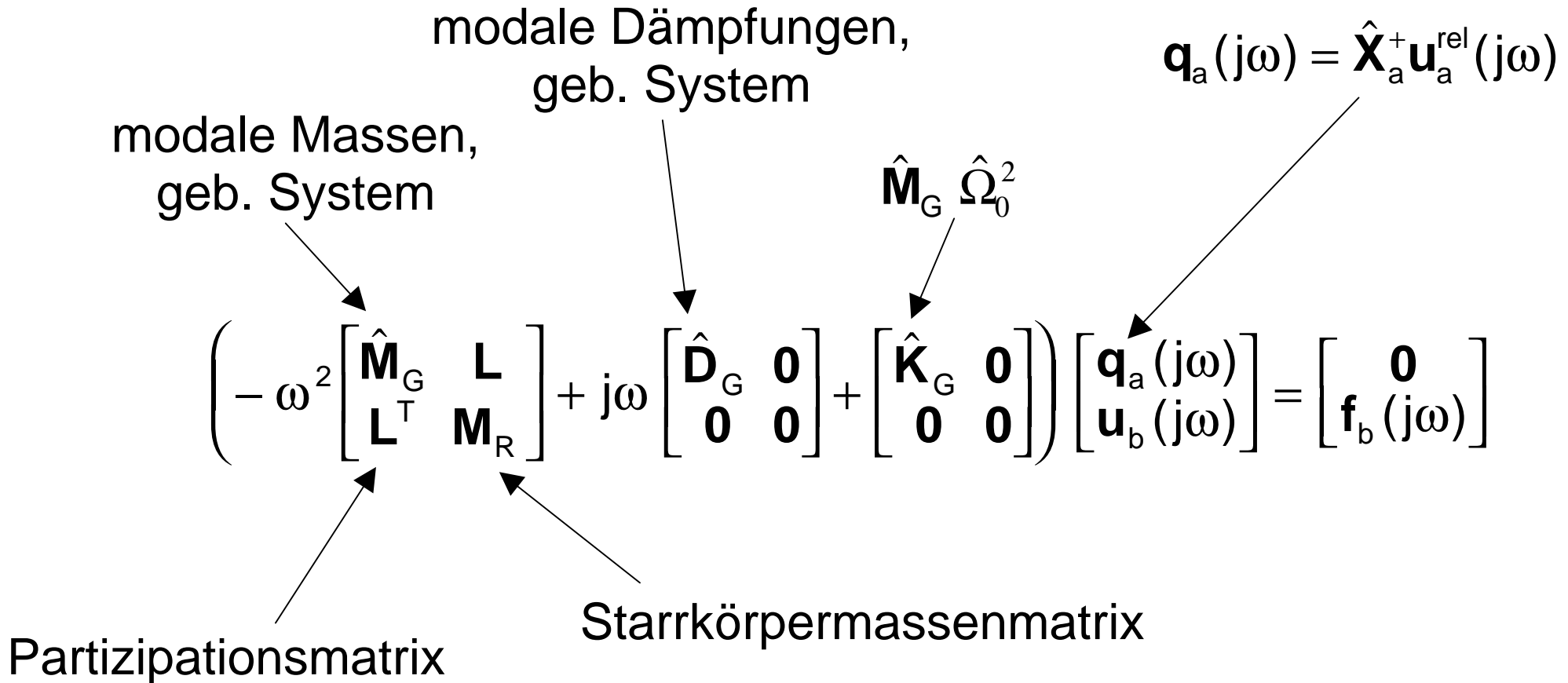
## ***Experimentelle Modalanalyse I***

### ① Gebundenes System:

- ↳ Nutzung von Standardverfahren.  
(Direkte Auswertung der *Frequenzgänge*)  
⇒ liefert *keine* modalen Massen
  
- ↳ Identifikation der *modalen Massen* und *Partizipationsfaktoren* mit Spezialverfahren.  
Basis: Craig/Bampton Modell.
  - *Eigenfrequenzen* und *Eigenformen*, geb. System
  - *Trägheitsparameter*
  - *Einspannkräfte*müssen bekannt sein.

# Experimentelle Modalanalyse II

## Craig/Bampton Modell:



2. Zeile  $\Rightarrow$  Partizipationsmatrix

1. Zeile  $\Rightarrow$  modale Massen und Dämpfungen, geb. System

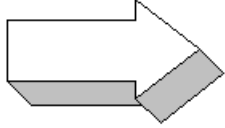
## Experimentelle Modalanalyse III

### ② Freies System:


↪ Nutzung von Standardverfahren.  
(Direkte Auswertung der *Frequenzgänge*)

↪ Nutzung eines experimentellen *Craig/Bampton* Modells:

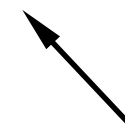
$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_G & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \mathbf{M}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_G & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_q \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

Transformation 

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_a & \mathbf{X}_{Ra} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_q \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix}$$



Eigenvektoren des  
Craig/Bampton Modells



Eigenvektoren des  
freien Systems



## ***LPT - Liquid Propellant Tank I***

### ***Tank:***

- Durchmesser 700 mm
- Höhe 1323 mm
- Masse 47,7 kg

### **Aufhängung & Gestell:**

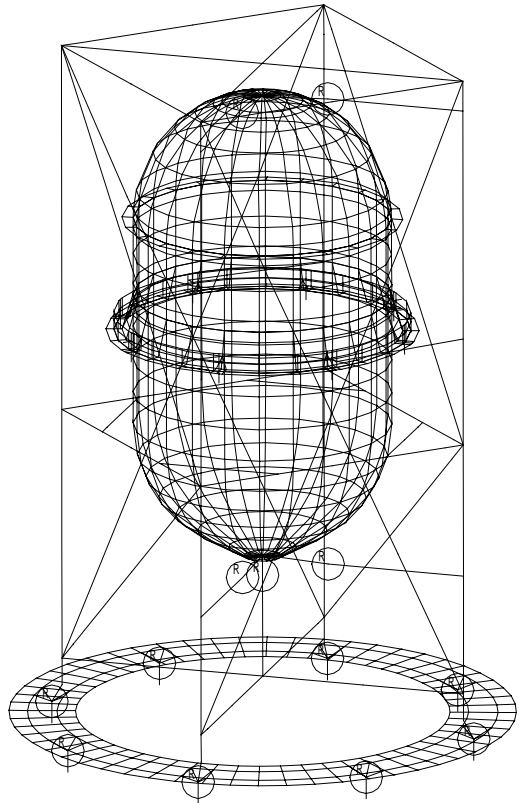
- Höhe 1900 mm
- Breite/Tiefe 804 mm
- Masse 567 kg

### **Kraftmeßsystem (FMD: force measurement device):**

- Konstruktion aus 2 Stahlringen
- Verbunden durch 8 piezoelektrische Kraftaufnehmer
- Mittlerer Durchmesser 1194 mm
- Masse 280 kg

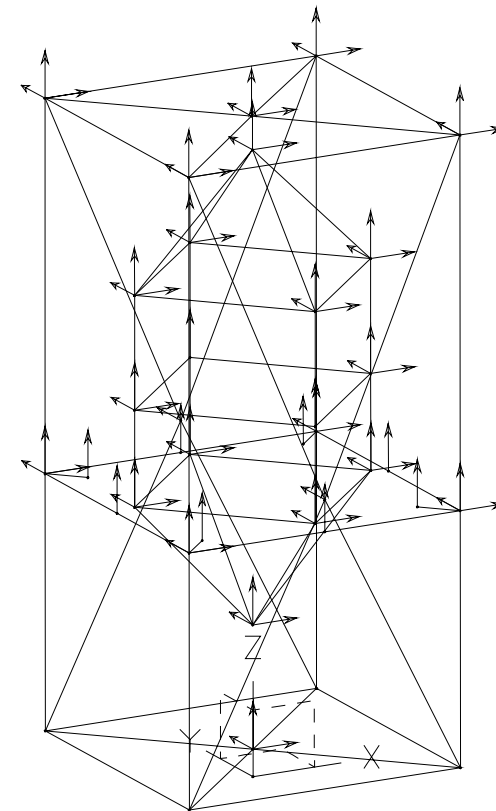
# ***LPT - Liquid Propellant Tank II***

## **Finite-Elemente Analyse:**



- ↪ 10 Trägheitsparameter
- ↪ 8 Eigenfrequenzen bis 150 Hz, geb.
- ↪ 6 el. Eigenfrequenzen bis 150 Hz, frei

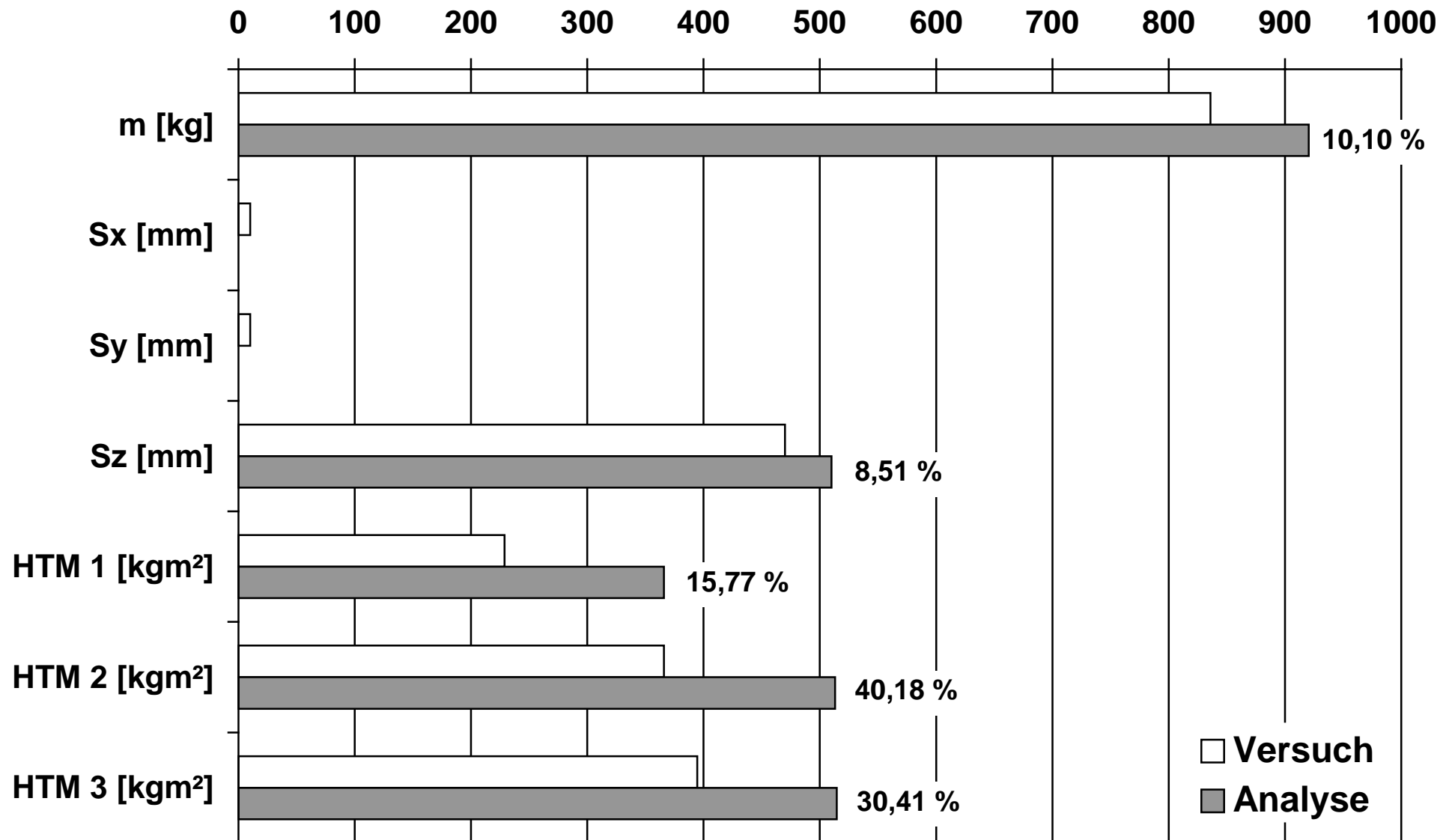
## **Versuch (DLR, Göttingen):**



- ↪ 6 Gleitsinusversuche (10 ... 120 Hz)
- ↪ 6 Fußpunktbeschleunigungen
- ↪ 6 Einspannkräfte
- ↪ 78 Beschleunigungen

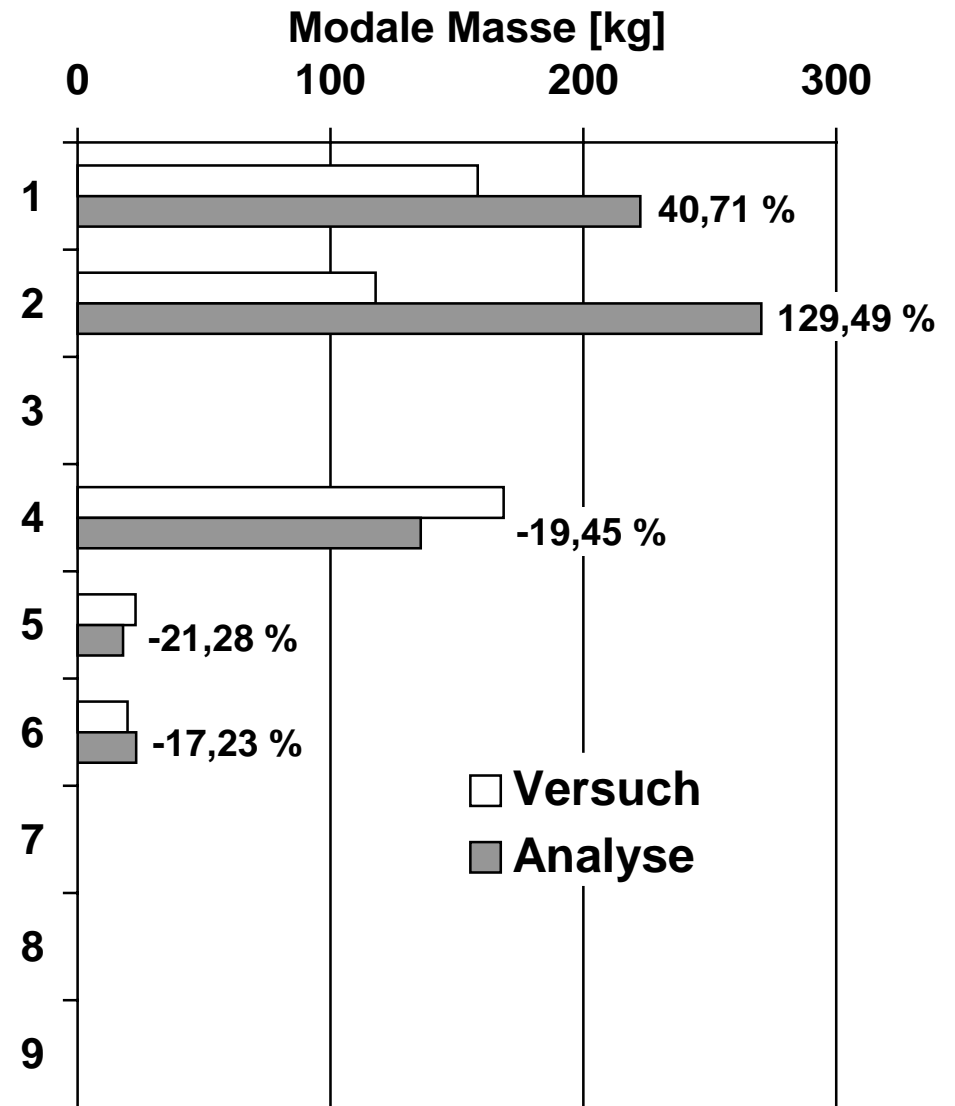
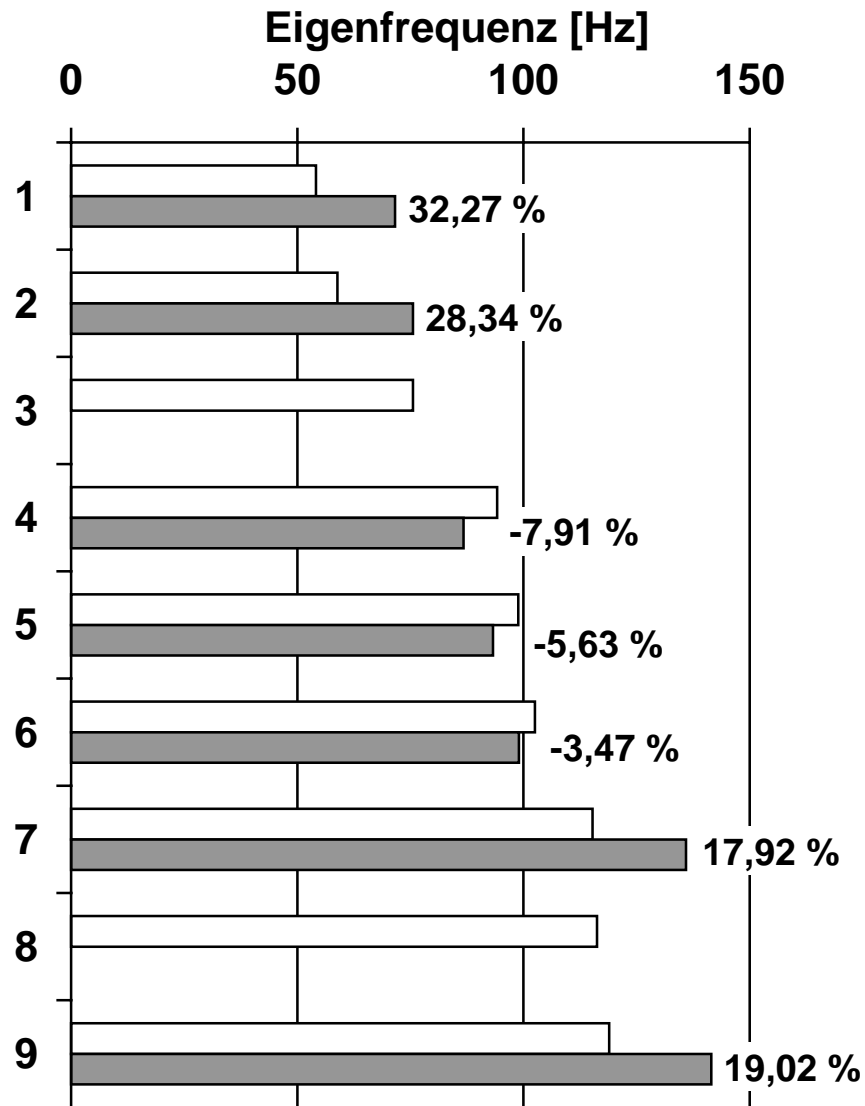
# *LPT - Liquid Propellant Tank III*

## Trägheitsparameter



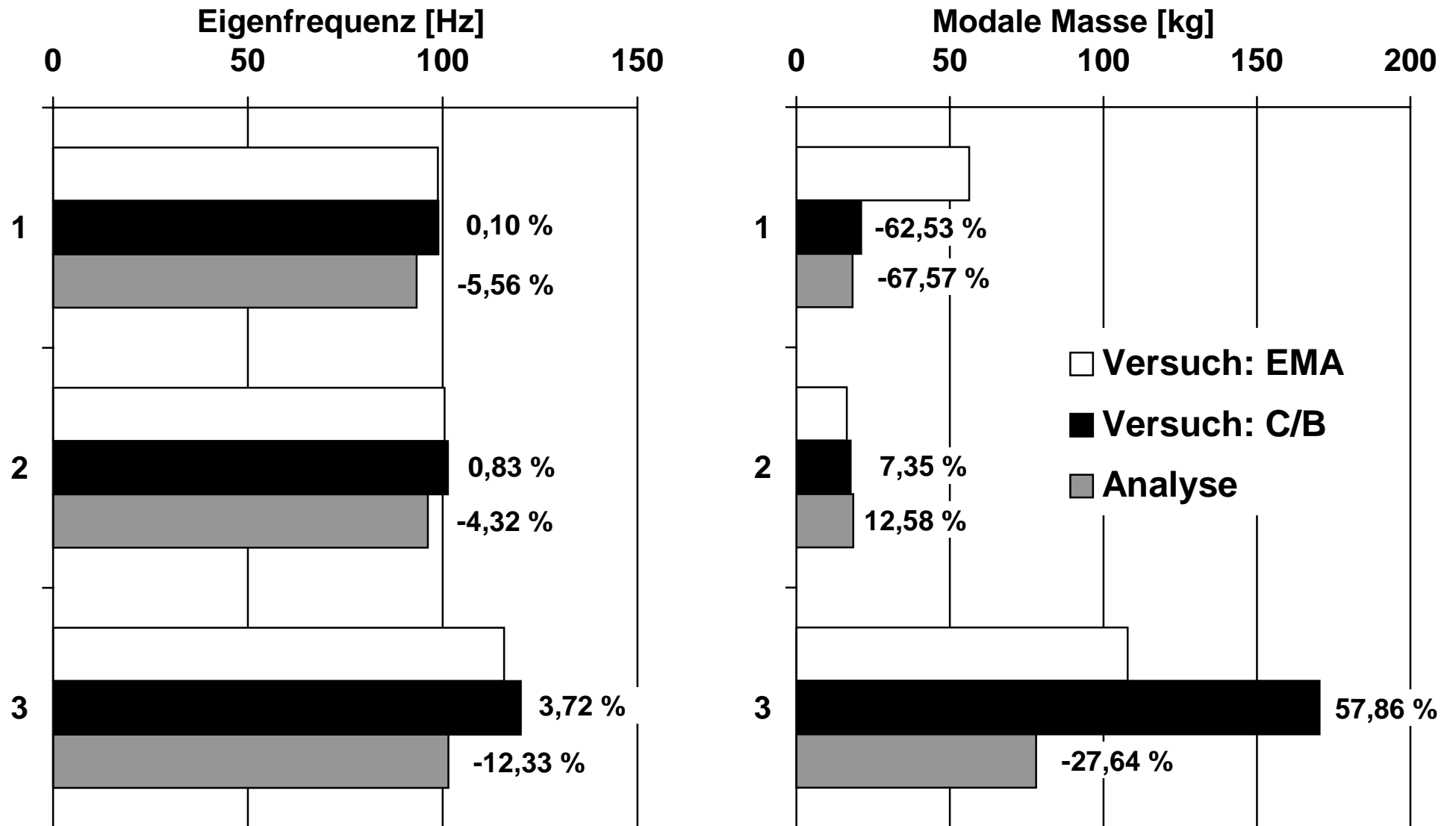
# *LPT - Liquid Propellant Tank IV*

## Modale Parameter: gebundenes System



# *LPT - Liquid Propellant Tank V*

## Modale Parameter: freies System



## ***Zusammenfassung I***

↪ Die Messung von *Einspannkraften* bei Versuchen mit *Fußpunkterregung* erschließt neue Möglichkeiten der Parameteridentifikation.

↪ *Zusätzlich* zu den modalen Parametern des gebundenen Systems (ohne modale Massen) können:

- ① Trägheitsparameter
- ② modale Massen und Partizipationsfaktoren des gebundenen Systems
- ③ sämtliche modale Parameter des freien Systems

identifiziert werden

↪ Hierdurch wird die *Datenbasis* für das untersuchte System erheblich vergrößert.

## ***Zusammenfassung II***

↪ Die vergrößerte Datenbasis eröffnet unter anderem bessere Möglichkeiten zur:

- *Modellvalidierung*
- *Modellanpassung*

wodurch die *Güte* der *mathematischen Modelle* erhöht werden kann.

↪ Das untersuchte System ist *keine Laboranwendung*, was die *praktische Relevanz* der vorgestellten Verfahren unterstreicht.

## ***Ausblick***

### Möglichkeiten für weiterführende Arbeiten:

- ↪ Möglichkeiten der Versuchsauswertung, falls lediglich Einachsen-Schwingtischsysteme verfügbar sind.
- ↪ Möglichkeiten der Versuchsauswertung bei Messung der Einspannkkräfte und Erregung mit Modalerreger/Modalhammer.
- ↪ Untersuchung der Genauigkeit der modalen Massen des gebundenen Systems durch Vergleich: klassischer Modaltest/Schwingtischversuch.
- ↪ Weitergehende Untersuchung der Identifikation von Trägheitsparametern, insbesondere für schwere Systeme (z. B. Satelliten).
- ↪ Automatisierung der Trägheitsparameteridentifikation.
- ↪ Ansteuerung des Schwingtischsystems  $\Rightarrow$  Diagonalisierung der Autospektralmatrix beim freien System.